GUSTAVO BUENO MARTINEZ

UNA NUEVA EXPOSICION DE LA SILOGISTICA

Publicado en la Revista de Filosofía (tomo X, núm. 39)
del Instituto "Luis Vives"

MADRID
1951

SUMARIO

Una nueva exposición de la silogística (1)

I

La doctrina del silogismo fué considerada durante dilatadas épocas históricas como construcción definitiva dentro de la ciencia de la Lógica. Era estimada, además, por casi todos los escritores clásicos como su parte suprema, en torno a la cual debían organizarse las restantes. La reforma promovida por la lógica «simbólica» alcanzó, desde luego, a la doctrina silogística, y la riqueza del algoritmo clásico fué interpretada como prolija secuela de un tosco sistema expresivo. Algunos modos fueron declarados ilegítimos, sobre todo el *Darapti* y el *Felapton*. Otros fueron explicados como sencillas tautologías. De los diecinueve modos generalmente admitidos, solamente uno quedó incólume en mano de ciertos logistas: el *Barbara*. La arquitectura tradicional del sistema de los silogismos, según las «figuras» y «modos», quedaba reducida a una inútil y fatigosa logomaquia (*).

Pero, analizadas estas objeciones con imparcialidad suficiente, quizá no sea difícil verificar este punto de vista: que semejantes críticas, más que censuras, constituyen mera exposición de las diferencias de procedimientos que gobiernan la construcción de diversos sistemas lógicos. Y esta diversidad no es, seguramente, contradictoria, sino que es posible coordinar los términos de la oposición en un conjunto más comprensivo. En particular, si interpretamos la silogística como un algoritmo, puede ilustrarse la coordinación por analogía a aquella aritmética en que la teoría de los números naturales es compatible con la de los números complejos, aunque, sin perderse, muchos elementos de una puedan reducirse a los de la otra.

---

(1) Este trabajo constituye un comentario a la fundamental obra de P. Hönen *Recherches de logique formelle. La structure du système des syllogismes et de sorites. La logique des notions «au moins» et «tout au plus»*. Romae, apud aedes Universitatis Gregorianae. 1947. VIII + 384 págs.

(*) Vid. Padoa: *La logique deductive*, 1912, pág. 76 y sigs.

No parece evidente, por tanto, que la silogística sea una doctrina de interés meramente histórico o arqueológico. Para mantener su prestigio, procuran algunos allegar métodos y pruebas sacados de la misma lógica simbólica. Otros, piensan que la silogística (y los estratos con ella relacionados) no requiere el auxilio de procedimientos exóticos a los tradicionales, sino que debe exponerse y defenderse dentro de los métodos clásicos, oportunamente desarrollados. Entre los ensayos más recientes en este sentido, el del Padre Hönen es también, sin duda, el más interesante, pues no se limita a exponer la silogística conforme a la estructura de todos conocida, sino que, amparado en una poderosa facultad discursiva, introduce una nueva organización de los silogismos que no quiere, empero, excluir, sino coexistir con la arquitectura tradicional. Sin perjuicio del uso abundante de símbolos propios, Hönen declara que su obra no es una logística, sino un mero desarrollo del simbolismo ya introducido por Aristóteles: «De ces pages il resultera clairement que ce n'est pas seulement la logistique qui decouvre une richese de nouvelles vérités logiques; le symbolisme classique ne semble être pas moins fertile. Cet ouvrage ne veut être qu'un développement des méthodes classiques» (pág. VI).

La obra de Hönen alcanza una complejidad considerable, que la presente nota no puede reproducir adecuadamente. Me propongo sólo dar noticia, con cierta libertad, de las que considero aportaciones fundamentales de Hönen, discutiéndolas en términos no excesivamente alejados del lenguaje corriente, a fin de que sean inteligibles por un lector que desconozca la obra comentada. Por otra parte, las restantes partes de ella son consecuencias sagaz y rigurosamente sacadas de las tesis que aquí mencionaré, y no constituyen, por eso, materia idónea de discusión.

II

Dos son, en mi opinión, las innovaciones más importantes que Hönen ofrece en sus *Recherches*: el *método de matrices* y la doctrina de las *proposiciones limitativas*. De la combinación de ambas teorías obtiene Hönen la nueva organización de la silogística ya mencionada. Expondré sucesivamente todos estos extremos.

En el sistema tradicional, los silogismos quedaban organizados, como es sabido, en cuatro figuras (o en tres, para los que reducen la cuarta a la primera), derivadas de las posiciones relativas del *término medio*. Dentro de cada figura distinguíanse diferentes *modos*: cuatro en la 1.ª, cuatro en la 2.ª, seis en la 3.ª y cinco en la 4.ª; en total, diecinueve modos legítimos. Mediante la inferencia inmediata, conocida por *conversión*, era posible pasar de unos modos a otros, y, en especial, reducir los modos de las tres últimas figuras a determinados modos de la primera. Quedaban relacionados así los modos de igual inicial: por ejemplo, *Ferio, Festino, Felapton, Ferison*, etc. Exceptuábanse los modos *Baroco* y *Bocardo*, que sólo admitían una «reducción indirecta», gracias, como es sabido, a un conjunto de tres operaciones entre las cuales figura, no ya la conversión, sino la *oposición*: 1. Construímos la opuesta contradictoria de la conclusión del *Baroco* o *Bocardo* a reducir. 2. Con ella reemplazamos la menor o mayor, respectivamente, del silogismo dado, conservando su mayor o menor. 3. Obtenemos como conclusión la contradictoria de la menor o mayor sustituída en la operación anterior.

La «reducción indirecta» determinaba, pues, un agrupamiento de los tres modos: *Barbara, Baroco, Bocardo*, pertenecientes a cada una de las tres primeras figuras; de cualquiera de ellos podía pasarse a los demás operando de acuerdo con las reglas expuestas. Ahora bien: según la enseñanza de Hönen, todo silogismo clásico pertenece a un grupo de tres, del cual él es ya uno de los miembros: pues a cualquier silogismo podemos aplicar las operaciones comúnmente reservadas a la «reducción indirecta», y ellas nos conducirán a silogismos cuya legitimidad la acredita el mismo método de obtención. Este procedimiento permite descubrir nuevas relaciones entre los silogismos, mucho más regulares y fecundas que las derivadas de las operaciones por conversión. Cada *grupo* contiene tres silogismos que pertenecen a cada una de las tres primeras figuras. Operando sobre los cuadros tradicionales, llegamos, en ocasiones, a fórmulas no representadas en ellos. Para completar el sistema, recurre Hönen a ciertos silogismos subalternos, como el *Barbari, Celaront,* etc., que encierran relaciones indiscutiblemente correctas, obteniendo así, por de pronto, una coordinación de seis grupos ternarios, en la que tienen cabida todos los silogismos de las tres primeras figuras, junto con los nuevamente admitidos.

No nos era, por cierto, desconocida esta generalización del procedimiento de «reducción indirecta». Su invención, según Couturat, remonta a Ramus. Thomasius la transmitió a Leibniz, que la cultivó ampliamente—Hönen se muestra consciente de ello—. Para Leibniz, en efecto, «les six modes (Leibniz conocía también los modos subalternos *Barbari, Celaront*) de la 1.ª figure engendrent, par regression, autant des modes de la 2.ª et de la 3.ª. Si l'on prend pour premisses la *majeure* de chacun d'eux et la négation de sa conclusion, on trouve par conclusion la négation de sa mineure; on obtient ainsi les six modes de la 2.ª figure. Si l''on prend pour premisses la *mineure* et la négation de la conclusion, on trouve par conclusion la négation de la *majeure*: on obtient ainsi les six modes de la 3.ª figure» (*).

Ahora bien: la obtención de los silogismos de un *grupo* tiene lugar, según lo que precede, a partir de un silogismo dado; si partimos de *Barbara,*

$$a\,A\,B \cdot a\,B\,C \rightarrow a\,A\,C$$

llegamos a *Baroco* y *Bocardo*:

$$a\,A\,B \cdot o\,A\,C \rightarrow o\,B\,C$$
$$a\,A\,C \cdot o\,A\,C \rightarrow o\,A\,B$$

El fundamento de este proceder puede exponerse así (Hönen no utiliza símbolos), siendo *p, q, r,* proposiciones:

$$[1] \quad p \;\&\; q \rightarrow r.$$

La forma *Barbara,* de que partíamos, puede considerarse recogida en esta expresión, de la que deriva:

(*) Couturat: *La logique de Leibniz d'après des documents inedites.* Alcan, 1901, pág. 13.

$$[2] \quad \overline{r} \rightarrow \overline{(p \,\&\, q)} \quad \text{(Ley de contraposición).}$$

$$[3] \quad (p \,\&\, q) = \overline{(\overline{p} \vee \overline{q})}.$$

La lógica tradicional ya conocía que la contradictoria de una conjunción es una alternativa cuyos términos sean las contradictorias de las proposiciones conjuntas. Por ello, [2] puede escribirse así:

$$[4] \quad \overline{r} \rightarrow \overline{p} \vee \overline{q}.$$

De [1] y [4] obtenemos, teniendo en cuenta las propiedades del símbolo «v»:

$$[5] \quad p \,\&\, \overline{r} \rightarrow \overline{q}.$$

$$[6] \quad q \,\&\, \overline{r} \rightarrow \overline{p}.$$

Las fórmulas [1], [5], [6] constituyen las expresiones de las relaciones proposicionales entre dos silogismos de un *grupo*.

Operando según las reglas precedentes, no podemos, empero, obtener de un modo regular los tres miembros de un grupo; uno de ellos ha de ser previamente dado—si bien es indiferente que lo sea uno u otro.

A fin de regularizar la deducción de los tres silogismos de un grupo, advierte Hönen que si, por ejemplo, en la forma *Barbara* reemplazamos la conclusión por su correspondiente contradictoria, obtenemos tres proposiciones (las premisas y la contradictoria de la conclusión). cuya *conjunción*—su afirmación simultánea—es notoriamente inadmisible. Pero de esta expresión conjuntiva, cuyos miembros son incompatibles, cualquiera que sea el orden en que se consideren, podemos ya obtener regularmente, tomando por premisa dos de sus miembros y por conclusión la contradictoria del tercero, los tres silogismos de este grupo. A esta expresión llama Hönen *matriz* del grupo *Barbara-Baroco-Bocardo:*

$$a\,\mathrm{A\,B} \cdot a\,\mathrm{B\,C} \cdot o\,\mathrm{B\,C}$$

De un modo enteramente análogo llegamos a otras matrices, partiendo de silogismos clásicos: así, la matriz del grupo a que pertenece *Celarent* será:

$$a\,A\,B \cdot e\,A\,C \cdot i\,A\,C$$

de donde, además del *Celarent,*

$$[1] \quad a\,A\,B \cdot e\,B\,C \rightarrow i\,A\,C$$

obtenemos:

$$[2] \quad e\,B\,C \cdot i\,A\,C \rightarrow o\,A\,B \quad (\textit{Festino}).$$
$$[3] \quad a\,A\,B \cdot i\,A\,C \rightarrow i\,B\,C \quad (\textit{Disamis}).$$

Llegamos así *inductivamente* a seis matrices, de tres silogismos cada una, algunos de los cuales no están recogidos, por superfluos, en la Lógica clásica (por ejemplo, *Barbari*). Todas estas matrices, si consideramos solamente sus letras—prescindiendo de los coeficientes cuantitativo-cualitativos a, e, i, o—, tienen de común el orden relativo de las mismas, según lo cual determinan una estructura semejante, que Hönen llama «cadena»:

(I) AB BC AC.

Esta cadena puede definirse (Hönen no da esta definición) como un conjunto de tres combinaciones binarias sin repetición entre tres términos: A, B, C, en orden determinado. Hay dos términos (A, C) que ocupan dos veces el mismo lugar relativo en cada combinación (el del sujeto y el del predicado), y otro, el B, que es alternativo. Llama *miembro típico* al que contiene el término sujeto y el predicado, y no al alternativo. Con estas nociones puede ya entenderse la razón por la cual cada silogismo obtenido a partir de una matriz ha de pertenecer a una figura diferente: pues la primera figura puede definirse como aquella que tiene por conclusión el miembro típico; la segunda, la que tiene por conclusión el miembro cuyo sujeto es el término alternativo; la tercera, la que tiene por conclusión el miembro en el que el término alternativo es predicado.

Si en la fórmula (I) permutamos los términos de un miembro, por ejemplo, el AC, obtenemos esta otra cadena, en la cual todos los términos son ya perfectamente alternativos:

(II) AB BC CA.

De esta cadena pueden ser derivados, según procedimientos idénticos a los mencionados, los modos de la «cuarta figura», introduciendo coeficientes oportunos. Los silogismos obtenidos de esta segunda cadena no pertenecerán ya a distintas figuras; pues las posiciones relativas de los términos son siempre semejantes.

Es fácil demostrar que, estructuralmente, sólo son posibles estas dos cadenas. Ello permitirá a Hönen, entre otras ventajas, exponer de un modo muy original la secular cuestión de la «cuarta figura». La cuarta figura no podrá reducirse a ninguna de las tres primeras, puesto que difiere de ellas en la misma estructura de la cadena; pero tampoco deberá considerarse como una figura más al lado de las otras tres, como si todas fuesen codividentes de un género. Solución que es intermedia y armonizadora entre las opiniones tradicionalmente contrapuestas.

Todas las matrices, cualquiera que sea la cadena de donde procedan, poseen iguales propiedades. Estas pueden reducirse a las siguientes:

1. Una matriz no es una proposición copulativa, sino un conjunto de tres proposiciones, cuya afirmación simultánea, cualquiera que sea el orden de sus elementos, sería una proposición copulativa necesariamente falsa (*).

2. La expresión de esta propiedad—la imposibilidad de que las tres proposiciones de una matriz sean verdaderas a la vez—tiene estrecha analogía con el principio de contradicción. Precisamente el carácter axiomático de la incompatibilidad de las matrices permite considerar al método de matrices como punto de partida para la elaboración de una nueva arquitectura de los silogismos.

3. De lo que precede ha de inferirse que si dos proposiciones de una matriz son verdaderas, deberá serlo también la contradictoria de la proposición restante, que es falsa.

Las matrices hasta ahora mencionadas están en inmediata conexión con los silogismos clásicos. Pero la situación «incon-

(*) «Si se prefiere—declara Hönen—la matriz antes que un conjunto de tres prop.. es un *Sachverhalt* de tres complejos que son la materia de las prop.» El concepto de *Sachverhalt* popularizado por Brentano es estudiado por el mismo Hönen (que lo traduce por *dispositio rei*) en otra obra importante, *La theorie du jugement d'après St. Thomas d'Aquin*, página 70 y sigs.

sistente» (*), absurda, que describe una matriz, es susceptible, como se habrá sospechado, de otras formulaciones, y sería de desear una fórmula más general que encerrase como casos particulares a las matrices clásicas y a otras que pudieran construirse. Hönen alcanza este *desideratum* a través de complicados caminos (que se cruzan con la doctrina de las proposiciones limitativas), valiéndose de dos inconfesados conceptos logísticos: 1.º La noción de *universo lógico* (que simboliza por la letra u), concebido extensional y cuantitativamente como conjunto numérico de todos los individuos de todas las clases. 2.º La noción de clase complementaria a una dada A (representada por A'), de suerte que se verifique $A + A' = u$. El signo + conserva sus propiedades aritméticas.

Con auxilio de estos conceptos establece, pues, Hönen matrices limitativas generalizadas, es decir, expresiones «inconsistentes», que comprenden, como casos particulares, entre otros, a las generatrices inmediatas de los silogismos clásicos. En la imposibilidad de resumir toda esta teoría, citaré sólo la «matriz universal simétrica», despojándola de sus determinaciones limitativas, que no son indispensables para la constitución de la incompatibilidad. Resulta de este modo la expresión (*Vid* página 211):

$$x\ B\ C' \cdot y\ A\ B' \cdot z\ C\ A'$$

que con la condición $x + y + z = u + 1$ posee las tres propiedades que señalé como definitorias de una matriz. He aquí el mismo ingenioso razonamiento de que se sirve Hönen:

Los x sujetos que se toman de B (y que no agotan necesariamente todos los «inferiores» de B) son todos distintos de los y sujetos que se toman de A, ya que éstos han de ser a la vez B'. Por el mismo razonamiento, los y sujetos tomados de A han de ser diferentes de los z tomados de C. Los sujetos x, y, z han de ser, por tanto, distintos entre sí. Ahora bien: esto sólo es posible si la suma $x + y + z$ es igual o menor que el universo lógico, como fácilmente se comprende. En este caso, no se daría

(*) El mismo Hönen señala la afinidad de la idea de matriz con el principio logístico de Ladd-Franklin, referente a las expresiones «inconsistentes».

incompatibilidad. Pero si $x + y + z$ es mayor que u, entonces, necesariamente, hay incompatibilidad, pues sólo puede concebirse que el total numérico sobrepase a u si contamos a un mismo sujeto dcs o más veces, para lo cual es necesario y suficiente que un mismo sujeto (o más de uno) se halle representado en más de uno de los símbolos x, y, z, en contra de la condición primera.

Por consiguiente, dada una matriz

$$x \text{ B C}' \cdot y \text{ A B}' \cdot z \text{ A C}'$$

para $x + y + z > u$ (es suficiente que la relación $>$ se cumpla por una sola unidad), deberemos concluir que si dos de sus proposiciones son verdaderas, la tercera será siempre falsa, y su contradictoria verdadera.

Ahora bien: de esta matriz, recurriendo en esencia a las conversiones y equivalencias clásicas, entre clases complementarias (por ejemplo, a A B' = e A B), puede llegarse a las matrices clásicas por caminos que aquí no he de exponer. Pero también se llega a matrices llamadas por Hönen «extravagantes», que darían lugar a silogismos cuya estructura, a diferencia de la de los silogismos clásicos y semiclásicos, incumple importantes leyes silogísticas tradicionales, como la que establece que de dos proposiciones negativas nada se sigue. A pesar de esto, el método de matrices obliga a admitir la legitimidad de estas expresiones, en tanto que se construyen por operaciones idénticas a las generadoras de los silogismos clásicos y semiclásicos. Por ejemplo, como fácilmente puede verse, de la matriz citada

$$x \text{ B C}' \cdot y \text{ A B}' \cdot z \text{ C A}'$$

derivan estas otras, equivalentes entre sí (cuando x no designa a toda la extensión de B, y, en cambio, y, z son totales):

$$i \text{ B C} \cdot a \text{ A B}' \cdot a \text{ A}' \text{ C} \quad \text{o bien} \quad o \text{ B C} \cdot e \text{ A B} \cdot a \text{ A}' \text{ C}.$$

De esta matriz podemos deducir otras siete por procedimientos puramente formales, como son la permutación de A en A', B en B'; A y B, a la vez, en A' y B', C en C', A y C, a la vez, en A' y C', etc. De estas matrices derivaremos los correspondientes grupos de silogismos. Así, de la matriz

$$B\,C \cdot e\,A\,B \cdot a\,A'\,B$$

derivarán estos tres silogismos, pertenecientes a cada una de las tres primeras figuras:

$$(1)\quad o\,B\,C \cdot e\,A\,B \rightarrow o\,A'\,C$$
$$(2)\quad o\,B\,C \cdot a\,A'\,C \rightarrow i\,A\,B$$
$$(3)\quad a\,A'\,C \cdot e\,A\,B \rightarrow a\,B\,C$$

Estudiando estos resultados, se advertirán peculiaridades notables. Así, la expresión (1) es un silogismo con dos premisas negativas; y nadie podrá discutir el rigor y legitimidad de tal expresión. No por ello debe concluirse que las reglas clásicas sean erróneas. Ellas son, incluso, indispensables cuando tratamos de la regulación de matrices de términos relacionados entre sí de un modo determinado; pero no deben elevarse a reglas generales de un sistema de silogismos que se haya desarrollado con la amplitud suficiente.

Por último, es fácil advertir que los silogismos, fundados en matrices de tres miembros, son tan sólo consecuencias de un caso particular de las matrices posibles, a saber: las compuestas de menos o de más miembros, ya que en ellas es posible repetir el razonamiento de incompatibilidad antes expuesto. Estas matrices darán lugar a toda la teoría de los sorites, que Hönen desarrolla ampliamente y que no es indispensable reproducir aquí, aun en sus líneas más generales.

III

La doctrina de las proposiciones limitativas es para Hönen una teoría de la cuantificación del sujeto—esta correlación es inadmisible, sin embargo, como espero esclarecer en los párrafos siguientes—. En los cinco puntos que siguen ofrezco un resumen de los fundamentos de esta doctrina.

1. *«Aritmetización» del sujeto.*—Hönen concibe la cuantificación del sujeto de las proposiciones de un modo que podría llamarse aritmético; y su doctrina, aritmetización del sujeto lógico. En efecto: la Lógica clásica admite, como es sabido, dos cuantificadores: Todo y Parte, que según se cumplieran «com-

poniendo» o «dividiendo», dan lugar a las formas *a, e, i, o,* respectivamente. Sugiere Hönen que podemos emplear cuantificaciones intermedias más determinadas. Declara como inmediatamente evidente la tesis de que «Todo» (respectivamente, ninguno) y «Alguno» no son los únicos cuantificadores posibles (página 123). Por ejemplo, podemos conocer exactamente el *número* x de individuos del sujeto A que poseen un predicado B; y entonces, en lugar de «Todo (respectivamente, ninguno) A, B», o de «Alguno A, es (respectivamente, no es) B», precisaremos: x A B (respectivamente, x A no es B). Los logistas conocen de algún modo estas cuantificaciones, cuando formulan: 1 A B (= un individuo de la clase A posee el predicado de la B); y la expresión «Por lo menos, 1 A B» equivale para ellos a una proposición en *i*.

En ocasiones, este tipo de cuantificaciones es indispensable. Desde Platón—observa Hönen—sabemos que hay cinco poliedros regulares. Si enunciamos: «Todo poliedro es regular», hay error; si «Algún poliedro es regular», una imprecisión que puede conducir también a error, pues «alguno» se cumple con números naturales superiores a cinco. Parece necesario escribir: «cinco poliedros son regulares».

Estas determinaciones numéricas podemos necesitarlas desde otro punto de vista no menos imprescindible. Acaso desconocemos el número exacto de individuos A que son (no son) B; pero podemos saber que este número ha de ser superior a uno dado x. Escribiremos: «Por lo menos *(au moins)* x A B.» En símbolos: «min., x A B». El carácter aritmético de esta expresión se le revela a Hönen, no sólo en que x es un número natural, sino en que equivale a una serie de alternativas ya puramente numéricas:

$$x \text{ A B, o bien } x+1 \text{ A B, o bien } x+2 \text{ A B, o bien } x+3 \text{ A B, etc.}$$

Asimismo, podemos desconocer qué número de individuos A sea B, conociendo, en cambio, que este número no ha de sobrepasar a uno dado x. Escribiremos: «Todo lo más *(tout au plus)* x A B.» Simbólicamente: «máx. x A B.» Esta expresión equivale también a una alternativa de proposiciones numéricas:

x A B, o bien (x—1) A B, o bien (x—2) A B..... o bien O A B.

Conviene insistir en que para Hönen x es símbolo de un número natural, y, consecuentemente, opera con él (o sus semejantes) aritméticamente, relacionándolos con los signos aritméticos

$$+,\ -,\ >,\ <,\ =$$

usados en sentido estrictamente matemático.

Por último, debe notarse que esta mención numérica puede cumplirse inmediatamente (como en el ejemplo de los cuerpos regulares citado), o bien por medio de un conjunto cuantitativo previamente dado. Así, por ejemplo, si nos dan *a* A B, podemos obtener por conversión, no sólo *i* B A, sino algo más preciso: «por lo menos, hay tantos individuos B que son A como individuos hay A en total». Representando por el símbolo *a*A al conjunto de todos los individuos contenidos en la clase A, escribiremos: «mín. *a*A B A.» Pero el símbolo *a*A es numérico, según Hönen, y constantemente lo relaciona con otros, mediante los signos aritméticos mencionados. La cuantificación del sujeto—que nada tiene que ver con la cuantificación del predicado de Hamilton, advierte el mismo Hönen—permite, pues, establecer con más precisión las relaciones lógicas, e incluso descubrir otras nuevas. Citaré, como último ejemplo, el «reforzamiento» de la conclusión del *Darapti* clásico: Según éste, conociendo que todos los individuos de A son B, y que todos los individuos de A son C, concluímos que algún B ha de ser necesariamente C. Esta conclusión no es, desde luego, falsa. Pero podemos precisar más: sabemos que el mínimum de individuos B que son C, según los datos, es A. La conclusión del *Darapti* reforzado será, pues: «mín., *a*A B C». También podríamos haber debilitado una premisa, pero baste lo expuesto.

2. *Las proposiciones limitativas.*—La extensión del sujeto queda, pues, mentada por un número natural. Refiriéndonos a A, todas las posibles consideraciones de su extensión estarán comprendidas en esta serie:

0, 1, 2, 3, 4, 5, ... (x—2), (x—1), x, (x+1), ... (*a*A—2), (*a*A—1) *a*A.

Cuando comparemos A con B, recurriremos a las determinaciones mínimas y máximas más generales que los números solos, que son un caso particular de ambas determinaciones conjuntas. (Así, «$(x-2)$ A B» equivale a: mín. $(x-2)$ A B, y máx. $(x - 2)$ A B). A las proposiciones con estas determinaciones llama Hönen limitativas. Las proposiciones mínimas tienen primariamente el sentido de una composición; las máximas, por el contrario, el de una división. Si enuncio: máx. x A B, significo que, por lo general, los A no son B; pero que puede haber excepciones, cuyo máximo es x.

Por último: estas expresiones pueden venir referidas a una clase o a su complementaria. Así, mín. x A B' quiere decir que por lo menos x A no son B, o sea: todo lo más de A, que son B, serán $(a_A - x)$.

3. *Las proposiciones clásicas, como casos particulares-limites de las proposiciones limitativas.*—Observa Hönen que al dar valores a x—como símbolo de todas las posibles consideraciones de la extensión—, para evitar el sin sentido, cuando empleamos mínimo no podemos usar el símbolo 0 (cero), pero sí el a_A; carece de sentido mínimo 0 A B. Los límites de mínimo son, pues: 1 y a. Cuando empleamos máximo, no tiene sentido con a_A, pero sí con 0 (cero). Sus límites son, pues: $a_A - 1$ y 0. Ahora bien: considerando estos casos límites, verificaremos las equivalencias:

mín. 1 A B $=$ *i* A B
máx. $(a_A - 1)$ A B $=$ *o* A B
mín. *a* A B $=$ *a* A B
máx. 0 A B $=$ *e* A B (o sea, *a* A B')

4. La conversión entre estas proposiciones puede siempre hacerse simpliciter. Así, mín. x A B se convierte en mín. x B A.

Más compleja es la teoría de la oposición. La subalterna (en la que no hay diferencia de cualidad) tendrá lugar primariamente entre expresiones mínimas entre sí, o máximas entre sí. Por ejemplo, hay oposición subalterna entre mín. x A B y mínimo $(x - 1)$ A B. Si es verdadera la primera, lo será *a fortori* la segunda. Análogamente, si máx. x A B es verdadera, lo será máx. $(x + 1)$ A B.

La oposición contraria, así como la contradictoria y subcontraria, serán primariamente entre proposiciones de la forma mín. x A B, máx. y A B, ya que en ellas hay diferencia de cualidad, según advertí. Cuando $x < y$, el número exacto n de elementos A, que son B, estará comprendido entre x e y. Ambas son verdaderas a la vez, pero no falsas a la vez: están en oposición subcontraria. Cuando por más de una unidad, $x > y$, las proposiciones no podrán ser verdaderas a la vez. Si, por ejemplo, $x = 6$, $y = 3$, una de las dos ha de ser falsa. Pero pueden ser falsas a la vez, si el número exacto fuera 5. Tenemos oposición contraria. Si, pues, n está comprendido entre x e y, el número de casos falsos que podrá haber a la vez serán: $(x - y - 1)$. Por último, cuando x exceda a y en una sola unidad—o sea, cuando se verifique: $y - (x - 1) = 0$—, tendremos oposición contradictoria. Analícense expresiones de esta forma: (mín. x A B) y (máx. $(x - 1)$ A B). No pueden ser ni verdaderas ni falsas a la vez. He aquí una verificación: los casos de falsedades, según la fórmula empleada para los opuestos contrarios $(x - y - 1)$, serán $x - (x - 1) - 1$, es decir, cero.

Para $x = y$, el número queda perfectamente delimitado.

5. *La silogística de las proposiciones limitativas.*—Los silogismos que se constituyan, desde luego, con proposiciones limitativas comprenderán como casos particulares a los silogismos clásicos. Citaré sólo un ejemplo, en la imposibilidad de exponer más por extenso esta interesante doctrina. De la proposición máx. p B C' y de la proposición máx. q A B' puede inferirse la proposición limitativa (p, q no simbolizan proposición, sino cuantificadores) máx. $(p + q)$ A C'. En efecto: si *a lo sumo* (*au moins*) el número de individuos B que no son C es p, el número de individuos A que no son B es q; entonces el número de A que no son C, es *todo lo más* $(p + q)$. Escribiremos, pues:

$$\text{máx. } p\, \mathrm{B\, C'} \;\; y \;\; \text{máx. } q\, \mathrm{A\, B'}; \;\; \text{luego máx. } (p + q)\, \mathrm{A\ C'}.$$

Si en este silogismo consideramos el caso particular $p = q = 0$, recaeremos en el silogismo *Barbara:*

Ningún B es C' = *a* B C.
Ningún A es B' = *a* A B.
Ningún A es C' = *a* A C.

Los silogismos limitativos tienen sus leyes, de las cuales las clásicas son casos particulares.

Finalmente, combinando el método de las matrices con la doctrina de las proposiciones limitativas recién expuesta en sus líneas más generales, obtendremos las *matrices limitativas* más generales, que comprenderán también a las matrices ordinarias como casos particulares. Así, por ejemplo, la matriz universal simétrica antes citada, se expresa:

$$\text{mín. } x\,B\,C' \;:\; \text{mín. } y\,A\,B' \;:\; \text{mín. } z\,C\,A'$$

y en ella puede repetirse literalmente el razonamiento expuesto para mostrar su *inconsistencia.*

El desarrollo de estas matrices lo lleva a cabo Hönen de un modo enteramente satisfactorio, y sólo me queda remitir al lector a la propia obra comentada, ya que lo que ha de someterse a discusión no son las consecuencias, cuando están bien sacadas, sino sus principios; y los expuestos en los puntos que preceden me parecen suficientes, aunque también necesarios, para un juicio crítico.

IV

El libro de Hönen propende a presentar el sistema de matrices como un sistema cerrado, un sistema que desarrolla íntegramente una región objetiva dada a partir de axiomas oportunos—por ejemplo, principalmente, las expresiones de las incompatibilidades de las matrices—. Este sistema contiene, además, toda la teoría del silogismo (y de los sorites) como su inmediata y propia derivación: constituye su fundamento más genuino. Ahora bien: un sistema cerrado debe ser *suficiente,* es decir, que sus principios tengan virtud bastante para conducir a la totalidad de las fórmulas de un dominio determinado. Cuando poseemos sólo una parte de una estructura sistemática, debemos decir, no sólo que desconocemos el todo formal a que aquella parte pertenece, sino esta misma en su plenitud. Puede suceder que un distrito *particular* posea en sí mismo cierta claridad psicológica, pero carecerá siempre de claridad gnoseológica, que dimana del conocimiento de las partes en tanto que insertas en el todo. Cuando la parte es material—accidentalmente unida al todo—, entonces ni siquiera podrá decirse de éste que constituye una «fundamentación» de la parte, que debería serlo formalmente. Ahora bien: cuando un sistema es suficiente, ha de contener todas las relaciones del dominio. Si unimos mediante alguna cópula lógica (&, $\rightarrow$, $=$, ...) a los axiomas, reglas o teoremas alguna fórmula no contenida en el dominio, incurriremos en contradicción, pues en otro caso obtendríamos relaciones nuevas contra la hipótesis. Por esto, se toma como criterio de suficiencia el que se nos den expresiones de la forma $p \;\&\; \bar{p}$, cuando tomamos fórmulas no incluídas en el sistema.

Supuesto lo que precede, la rectificación fundamental que a mi entender necesita el método de matrices de Hönen queda expresada en la siguiente alternativa: o el sistema de matrices no es el fundamento de la silogística, o, si lo es, no es un sistema de matrices.

Exposición del primer miembro de la alternativa.

En primer término, hay que mostrar que el sistema de matrices de Hönen no es *suficiente* en el sentido dicho. Es posible y necesario adjuntar a sus fórmulas otras expresiones (por ejemplo, las matrices de miembros *n-elementales*) sin contradicción; ello ya constituye por sí solo una importante rectificación a la construcción de Hönen. Pero, en segundo término, resultará que, asumiendo el sistema de matrices en la plenitud desarrollada de su esencia, la silogística (y el sistema de sorites) es parte accidental del mismo, y, por tanto, no encuentra en él su verdadera fundamentación.

Requisito esencial de la matriz es su inmunidad respecto del orden de sus miembros. La matriz es un *Sachverhalt* inconsistente en su estructura objetiva, independientemente del orden. Pero entonces no es posible mantener la idea de las matrices dentro de los límites de la exposición de Hönen; se impone, desde luego, su desarrollo.

En primer lugar, una matriz no puede reducirse a tres miembros. Han de ser posibles, por iguales títulos, matrices de 1, 2, 4, n miembros, ya que en estas hipótesis también se cumplen las condiciones de la matriz. La reducción de una matriz a tres miembros no podría derivarse de motivos internos a la idea de matriz: constituiría una limitación extrínseca derivada, por ejemplo, de un deseo de adaptar la matriz a la estructura triproposicional del silogismo. Es cierto que Hönen ha reconocido expresamente estas perspectivas y consecuentemente desarrolla matrices de sorites de 4 y n miembros, y expone en las matrices bimembres la doctrina de las inferencias inmediatas. Pero también es cierta una importante consecuencia del ser la matriz tripoposicional un mero caso particular de la idea de matriz: que el orden interno entre silogismo y sorites, esencial en el sistema clásico, desaparece; pues la incompatibilidad de una matriz de cuatro miembros no deriva de la de matrices de 3, así como aquélla tampoco es anterior a las matrices de 5, n miembros. Incurriríamos en grave error si confundiéramos la posibilidad de ordenar (como hace Hönen) las matrices según el número de sus miembros con una ordenación de matrices en razón de tales. Estas consideraciones invitan a contemplar la notable distancia que media ya entre un sistema de matrices n-proposicionales y el sistema de los silogismos y sorites clásico, en los que el orden es insobornable; este orden de ningún modo podemos derivarlo de la idea de matriz.

Pero, en segundo lugar, del mismo modo que una matriz triproposicional sólo puede ser entendida en su esencia como uno de los casos particulares de las matrices de n miembros (como totalmente reconoce Hönen), las matrices n-proposicionales construídas con proposiciones cuyos términos se repiten en proporción silogística (el sorites clásico es sólo una reunión de silogismos), son un mero caso particular de matrices cuyas proposiciones no tuvieran los términos en proporción silogística. Y esto también lo reconoce, aunque sólo parcialmente, Hönen *in actu exercitu*. En efecto, las matrices del tipo

$$x\,B\,C' \;:\; y\,A\,B' \;:\; z\,C\,A'$$

no constan, pese a lo que piensa Hönen, de proposiciones capaces de generar un silogismo en su definición esencial, que exige tres términos. Y así, la expresión antes citada

$$o\,B\,C \text{ y } e\,A\,B;\ \text{luego } o\,A'\,C$$

aunque correcta, no es un silogismo, sino una implicación (en el que el antecedente es una conjunción) de la forma $p \,\&\, q \rightarrow r$. Pero esta fórmula no equivale al silogismo: es más general, de suerte que aunque todos los silogismos la cumplen, no siempre que ella se pone hay que poner un silogismo. Por esta razón, el razonamiento simbólico expuesto al principio del párrafo segundo, aunque vale para las proposiciones silogísticas, no las agota, ya que es puramente formal, y prescinde de la materia de las proposiciones. La forma $p \,\&\, q \rightarrow r$ (o bien $p \,\&\, q \,\&\, r \,\&\, s \rightarrow t$) se da, por ejemplo, en las ciencias empíricas, entre proposiciones que no repiten ninguno de sus términos, ni constan de términos complementarios. Las expresiones sacadas de matrices formadas de términos complementarios, como la anteriormente citada, remedan en su artificio externo la forma silogística, pero no la poseen internamente. Sería, además, posible construir «matrices» sobre términos enteramente distintos de los utilizados hasta aquí; por ejemplo, expresiones que sean desarrollo de términos dados, a, b (desarrollo en el sentido de Boole):

$$u = ab + ab' + a'b + a'b'$$

y con éstas formar las incompatibilidades oportunas. Las fórmulas obtenidas por procedimientos análogos a las derivaciones de «silogismos», a partir de matrices, no son ya evidentemente silogismos. Sobre todo, teniendo en cuenta que el caso de dar, en una matriz de n miembros, n-1 como verdaderos para concluir el contradictorio del restante, es también un caso particular, pues podemos concebir que se dan n-2, n-3, n-(n-1) miembros para concluir la verdad de todos los otros. Con ello, la distancia de las matrices respecto de los silogismos aumenta desmesuradamente.

Pero ella se hace insalvable si, en tercer lugar, advertimos una nueva precisación, desconocida ya totalmente de Hönen. a saber: que las matrices de miembros proposicionales deben, ante todo, considerarse como matrices de miembros bielementales, es decir, de miembros que mientan a sujetos definidos por la intersección de dos clases, mención que correspondería, según Hönen, a la de una proposición categórica (*). Ahora bien: ¿acaso no es posible determinar sujetos con una sola clase (obtendríamos matrices del tipo A . A') y con más de dos, por ejemplo, con tres clases? Una expresión de la forma

$$x\mathrm{ABC}' \cdot y\mathrm{DEA}' \cdot z\mathrm{CED}'$$

tiene todas las propiedades de una matriz, para $x + y + z > u$, pues sobre ella podemos reproducir el mismo razonamiento antes desarrollado sobre matrices de la forma:

$$x\mathrm{BC}' \cdot y\mathrm{AB}' \cdot z\mathrm{CA}'$$

Con estas matrices de miembros de tres elementos construiremos sistemas de implicaciones que ya no podrán ser emparentados con los silogismos o sorites, aunque todas las operaciones sean enteramente análogas a las preceptuadas en el sistema de Hönen.

En conclusión: la estructura interna de un sistema de matrices de n miembros de m elementos (siendo n, m números naturales cualesquiera), es enteramente independiente de la estructura silogística. La selección de matrices proposicionales, cuyos términos estén, además, en proporción silogística, o, a lo sumo, sean capaces de conducir a ella mediante las oportunas conversiones, suponen la preexistencia de un sistema de silogismos, que ha de estar fundado en otros principios, ya que la conexión con el sistema de matrices es meramente accidental: lo prueba

(*) En la expresión x A es B, «ce nombre x est déterminé par le nombre des recontres des deux déterminations A et B dans un même sujet». *Recherches*, pág. 136.

la circunstancia de que si solamente poseyeran los silogismos como fundamento a un sistema de matrices, se perdería su peculiaridad como procesos de fundamentación, ya que al conjunto de operaciones que desde la matriz conducen a un silogismo le es por entero indiferente que las matrices sean proposicionales, y, de serlo, que tengan los términos en proporción silogística.

Exposición del segundo miembro de la alternativa.

Tomemos las matrices en el momento en que aún no se han alejado demasiado de las expresiones formales de los silogismos clásicos, es decir, en el estado en que aún pueden derivarse de ellas, mediante la oposición, los silogismos clásicos. El mismo Hönen construye con ellos un sistema coherente en la primera sección de su obra. Todas las matrices pueden reducirse a la matriz fundamental del grupo *Barbara*:

$$a\,A\,B : a\,B\,C : o\,A\,C$$

Ahora bien: en tanto que se quiera ver en esta expresión la de una axiomática incompatibilidad, será imposible prescindir del orden entre los miembros que la constituyen, y de un orden que deriva precisamente del silogismo; la idea de matriz prescindía del orden por esencia. Era un *Sachverhalt* objetivamente repugnante, prescindiendo del orden entre sus miembros.

Pero los miembros de una matriz no se oponen entre sí a la manera de un «conjunto inconsistente» indiferenciado, sino en la forma de un conjunto de dos proposiciones incompatibles con una tercera. Esto no excluye de ningun modo el que estas dos proposiciones puedan ser cualesquiera de las combinaciones binarias entre los miembros de la matriz. Sería un sofisma grosero inferir de aquí que la incompatibilidad resida entre los tres miembros indiferenciadamente. Siempre se da, pues, la incompatibilidad en la forma de 2 : 1. Permítaseme un ejemplo que aclare mi observación. Sobre el conjunto (6, 6, 6) podemos decir que todas las combinaciones binarias aditivas están en proporción doble con el tercer elemento; pero no podemos de aquí inferir que esta proporción sea la que guardan todos los elementos entre sí, aunque se consideren simultáneamente. En las matrices, el conjunto de dos proposiciones debe, además, preceder, no ya psicológica, sino lógicamente, a la proposición con la que hay incompatibilidad. Y debemos preguntar: ¿cuál es el fundamento de una tal incompatibilidad? Atendiendo a la naturaleza de los miembros que se oponen, la única respuesta que podemos encontrar es la siguiente: que el tercer miembro es el contradictorio de la relación que *fundan* los dos conjuntos. La razón de la incompatibilidad reside, pues, en la compatibilidad del contradictorio, mientras que nadie dirá, por ser muy rebuscado, que la compatibilidad de éste descansa en su contradictoriedad con el miembro incompatible, sino en derivar directamente de los otros dos miembros como de premisas. Esta derivación es el verdadero principio, que contiene a la incompatibilidad de las matrices como una consecuencia (con ayuda de las inferencias inmediatas).

Que el proceso silogístico es anterior a la teoría de las matrices, se confirma en la circunstancia de que la exposición de silogismos a partir de matrices solamente se logra mediante un silogismo que puede ponerse *in forma* de este modo: siendo p, q, r los miembros de una matriz (*):

Lo que es incompatible con r es compatible con $\bar{r}$
p & q es incompatible con r
Luego p & q es compatible con $\bar{r}$

De lo que antecede debemos concluir que el método de matrices no puede servir tampoco para justificar la legitimidad de ciertos silogismos como los subalternos. Siendo las matrices solamente disposiciones artificiosas que pueden conducirnos a *expresiones de silogismos* (pero no a su justificación), el apetito de regularidad no debe engañarnos, inclinándonos a una asimilación entre los diferentes puntos de llegada. Ellos debe-

(*) Me refiero a la exposición científica, no a la fundamentación, según aquel principio: «Definitio syllogismi non est aliquid eorum ex quibus procedit syllogismus».

rán someterse a rectificaciones adecuadas, del mismo modo que las dieciséis combinaciones cualitativicuantitativas que son posibles entre las premisas de cada figura silogística clásica, no acreditan dieciséis modos legítimos. De este modo, podemos someter a examen el modo *Barbari*, por ejemplo, al que se llega por el método de matrices; y, si introducimos de nuevo el orden, preciso en una concepción no platónica, de estas estructuras, advertiremos que, dadas dos premisas en primera figura, *a, a,* no podemos pasar directamente a una en *i* sino sólo a través de una inferencia por subalternación a partir de la conclusión en *a,* propia del modo *Barbara.* No niego que, psicológicamente, el tránsito que corresponde a *Barbari* puede ser tan instantáneo, tan intuitivo como el que se da en el modo *Barbara*; pero debe ser advertido que no se trata aquí de legalizar experiencias psicológicas, sino procesos lógicos. Y considerado como tal, un *Barbari* no es un silogismo, sino un compuesto de silogismo e inferencia inmediata. Lo mismo hay que decir de los demás modos subalternos.

El método de matrices tampoco constituye prueba alguna para fundamentar una «cuarta figura» en el sentido de Hönen. Su cadena, «perfectamente alternativa», no es sino una posible combinación, pero no una garantía. De diferencias topológicas no es lícito inferir diferencias lógicas. Una definición topológica de la cuarta figura como la que da Hönen, es enteramente compatible con la tesis de la cuarta figura, como subalterna de la primera, por conversión; tal definición ayuda incluso a esta consideración.

V

Sigo en este párrafo el mismo orden de materias del § III.

1. *Crítica a la «aritmetización» del sujeto.*—Las determinaciones de Hönen, tal como él las utiliza, aparecen plenas de claridad; esto es algo que debe reconocerse. Pero no creo difícil evidenciar que esta claridad no es lógica, sino aritmética, y, por consiguiente, absolutamente inútil para nuestra ciencia.

Hasta tal punto, que las fórmulas de Hönen, en su mayoría, deben ser consideradas como expresiones seudológicas, rigurosamente metáforas aritméticas.

Antes de nada, no considero de tan «inmediata evidencia» la posibilidad—dentro de los cuadros clásicos—de cuantificadores distintos de «Todo» (resp. Ninguno) y «Alguno». Pues éstos dividen, desde el Parménides platónico, exhaustivamente la cantidad del sujeto. Trátase de la división Todo-Parte, que es inmediata y adecuada. Cualquier otro cuantificador sería, a lo sumo, subdivisión de estos miembros. Pero los cuantificadores numéricos, ni siquiera como subdividentes pueden admitirse (*). Un cuantificador lógico es una determinación de la extensión del sujeto bajo razón de la misma extensión, y no bajo razón de otro concepto cualquiera—es decir, de una extensión determinada—. La idea de *hombre* determina, contrae la extensión de la idea de *animal*, sin que podamos decir que la cuantifica. La razón determinante *hombre* es extraña a la razón de extensión en general (**).

Pero las determinaciones numéricas son extrañas también a la noción clásica de idea universal como multiplicidad pura. En ella, las partes se consideran como repeticiones idénticas del todo. Tal es la consideración formal de la lógica, sin perjuicio de que fundamentalmente haya de presuponerse una diferenciación entre los *inferiores*, que es prescindida justamente por el punto de vista lógico. De aquí que no sea posible en lógica, por agregación de dos inferiores, obtener un tercero eidéticamente diferente. Como es sabido, y la logística lo ha reconocido ampliamente, se verifica en este dominio, y sólo en él, la fórmula $a + a = a$. Si en la aritmética obtenemos como resultado $2a$ es debido, como agudamente observa Jevons, a que no consideramos exactamente iguales las partes sumadas, pese a las declaraciones de los matemáticos; hay entre ellas diferencias *numéricas* tomadas en cuenta de una manera for-

(*) Vid. en Carnap: *Logische Syntax der Sprache*. Wien. Springer. 1934, pág. 19, el empleo de determinaciones numéricas.

(**) La determinación «5» en el juicio sobre los poliedros regulares, antes citado, debe interpretarse no como un cuantificador, sino como una propiedad aritmética de la clase poliedro-regular.

mal, y no sólo fundamental, y es precisamente gracias a la permanencia de la perspectiva lógica, combinada con el nuevo conocimiento de las diferencias numéricas, como puede verificarse la paradójica operación de la mención aritmética, en que los entes son a la vez distintos e iguales. Pero las diferencias numéricas no pueden entrar, como es evidente, en el dominio de la lógica.

Si suponemos lo contrario, recogeremos numerosas contradicciones, ya que, en tanto que cultivamos la lógica, no podemos prescindir de las leyes lógicas, si bien éstas hayan de ser yuxtapuestas, no coordinadas, a las nuevas pretendidas diferencias. He aquí algunas de las absurdas consecuencias que habrían de resultar:

La expresión 1 A designa, según Hönen, un individuo de la clase A, pero indeterminadamente; constituye para el mismo Hönen la verdadera definición del tradicional ι A; 1 A denota, por consiguiente, tanto a un individuo n como a otro m de A, siempre que se tomen aisladamente. Luego 1 A, en tanto que puede aplicarse rigurosamente a varios—precisamente a cada uno de los individuos de A—, es la expresión de una clase cuya extensión es a_A (= la totalidad de los A). Si definimos a 1 A en extensión, obtenemos:

$$[1] \quad 1\,A = a\,A,$$

igualdad aritméticamente falsa, pero lógicamente correcta. Su expresión aritmética es que hay entre a_A elementos, tantas posibilidades de tomar 1 A, o sea, tantas *combinaciones monarias* entre a_A elementos como a_A elementos hay.

Consideremos ahora la expresión a_A. Si, como Hönen supone, posee una estructura aritmética, no por ello dejará incumplidas las leyes lógicas. En cuanto conjunto aritmético, podemos verificar, entre otras, operaciones de agrupamiento aditivo entre los elementos dados. Si, pues, registrado ya el conjunto de todos los individuos de A (el conjunto a_A), reunimos aditivamente en grupos cada dos elementos de a_A, sumando también los grupos así obtenidos, y agregamos el conjunto total a_A, en virtud del principio lógico antes mencionado (a +

$+ a = a$), hay que reconocer que el conjunto no excederá al total a_A, y reiterando proporcionalmente combinaciones ternarias, etc.), esta operación, concluiremos que, a semejanza de la expresión 1 A, que se «excedía» a toda la extensión de a_A, así también a_A debe aplicarse al conjunto aditivo de todos los conjuntos de combinaciones aditivas (es decir, sumas cuyos sumandos son los elementos de cada combinación), que pueden formarse con a_A elementos, desde el orden 1 hasta el a_A. Una definición extensiva de a_A sería la siguiente, suponiendo que se suman los elementos de cada combinación y las combinaciones de un orden entre sí:

$$[2] \quad a_A = C_1^{a_A} + C_2^{a_A} + C_3^{a_A} + \ldots\ldots + C_{a_A-1}^{a_A} + C_{a_A}^{a_A}$$

La clase (a_A — 1) podemos obtenerla de la substracción en la def. (2) de 1 A, que, como sabemos por [1], equivale a $C_1^{a_A}$. Resultará:

$$[3] \quad (a_A - 1) = C_2^{a_A} + C_3^{a_A} + \ldots\ldots + C_{a_A-1}^{a_A} + C_{a_A}^{a_A}$$

Esta última expresión podría formularse lógicamente de este modo:

$$(a_A - 1) = \overline{a_A} \frown A$$

Esta fórmula significa literalmente: «Todo lo que no siendo a_A, es, sin embargo, A.» Pero, de suponer que a_A es un conjunto aritmético, $\overline{a_A}$ toma el significado claro y correcto de «todo número que está por debajo de a_A» (superior no puede ser, ya que se preceptúa que sea a la vez A). «Todo lo que no es a_A» tiene, además, el sentido de un agrupamiento de cada una de las partes que no son a_A. La fórmula lógica $\overline{a_A} \frown$ A corresponde, pues, con mucha exactitud a la expresión seudoaritmética [3]. Podemos, además, definir 1 A de este modo.

$$\overline{[a_A \frown (\overline{a_A} \frown A)]} \frown A$$

que se leerá: la negación de lo que es común a a_A y a (a_A —1) y sigue siendo A. Verificada esta definición en las expresiones

[2] y [3] nos remite a la fórmula $C^{a_A}_1$, insinuada en [1]. Del mismo modo, podríamos transcribir (a_A —2):

$$[\overline{a_A} \frown (\overline{a_A \frown A})] \frown A$$

Ahora bien: todas las anteriores expresiones no son, como puede ya percibirse claramente, sino metáforas aritméticas contradictorias en sí mismas. Pues si, presuponiendo la aritmetización, ponemos a_A, la expresión $\overline{a_A}$ tiene sentido riguroso; pero la expresión derivada de ella ($\overline{a_A} \frown A$), para simbolizar (a_A — 1) es ya contradictoria, puesto que un a_A no puede unirse mediante el signo $\frown$ a la letra A, ya que, según el mismo Hönen declara, a_A es la misma A definida en extensión.

Solamente, pues, si abandonamos la concepción aritmética de la extensión lógica, quedaremos libres de estas groseras contradicciones. Y, en efecto, las determinaciones numéricas de una extensión son determinaciones de una clase por otra clase extralógica en sí misma. Siendo x un número natural cualquiera, para que tenga sentido *lógico* «tomar x elementos de la clase A» es necesario que estos x individuos sean definibles por una nota común. Aun el lógico más nominalista no negaría la unidad de la colección, que le otorga un símbolo, x, signo de una clase que podría unirse a A mediante $\frown$. El motivo último es que las nociones de números son ellas mismas clases, y clases diferentes, de la idea general de clase. A este mismo resultado llegamos demostrativamente a partir de la definición de Hönen (vid nota de la página 21): x A es B, significa: $x = A \frown B$. De esta última expresión obtenemos fácilmente: $x \frown A = B$; $x \frown B \supset A$, que son la expresión del juicio xA es B y su converso, respectivamente.

Como consecuencia de las críticas que preceden, será preciso rechazar también la introducción de los signos aritméticos +, —, etc., en lógica. Ellos conducen, en rigor, a verdaderos sinsentidos. ¿Qué podrá significar la expresión $a_A - a_B$ (página 132), escogida entre multitud de otras análogas?

Sin embargo, las expresiones de Hönen encierran, bajo la metáfora aritmética, relaciones lógicas que es posible clarificar, como ya lo llevé a cabo en la exposición del razonamiento de la matriz universal simétrica en función de u. Estas relaciones subtendidas, sin embargo, no son nuevas, y si lo son carecen de interés y fecundidad. Así, el signo aritmético —' debe interpretarse como el producto lógico del «minuendo» con la clase complementaria del «sustraendo». Cuando escribe Hönen: a_{A}—$_{AB}$, significa que es preciso separar de la clase a_{A} la a_{B}, o, lo que es lo mismo, considerar sólo la intersección de la clase a_{A} y la $\overline{a_{B}}$. La expresión a_{A}—a_{B} significa lógicamente: $a_{A} \frown \overline{a_{B}}$, Por análogas consideraciones, el signo + debe sustituirse por el $\smile$ simplemente, y en general. Aplicando estas equivalencias, he aquí unos ejemplos del contenido lógico de expresiones obtenidas por Hönen.

$$[1] \quad a_{B}' - a_{A} = a_{A}' - a_{B}$$
$$[2] \quad a_{A} + a_{A}' = a_{B} + a_{B}'$$

equivalen, respectivamente, a la ley conmutativa del simbolo $\frown$, y la ley del tercio excluso:

$$[1] \quad \overline{B} \frown \overline{A} = \overline{A} \frown \overline{B}$$
$$[2] \quad A \smile \overline{A} = B \smile \overline{B}$$

La misteriosa generalización de la conversión *simpliciter* a todas las proposiciones con sujeto cuantificado (pág. 136), según la cual, x A B equivale a x B A; se funda en las equivalencias:

$$(x = A \frown B) = (x = B \frown A)$$

Considero, pues, por completo inadmisible la cuantificación del sujeto tal como Hönen la desarrolla: es notoriamente incorrecta, y las relaciones oscuramente mentadas con su ayuda, premiosas o carentes de interés.

2. *Crítica a las proposiciones limitativas.*—Las proposiciones limitativas son para Hönen proposiciones con el sujeto cuantificado; las determinaciones «mín.» y «máx.» serán, en consecuencia, cuantificadoras. Sin embargo, aun después de rechazada la cuantificación aritmética de un sujeto lógico, la determinación limitativa del mismo conserva un manifiesto sentido

lógico, como lo demuestra el *Darapti*, de conclusión reforzada, que en lugar oportuno cité. Es de sospechar si estas determinaciones «mín. y «máx.» mientan estructuras lógicas diferentes de los cuantificadores. ¿Cuáles pueden ser éstas, y cuál su posición en el sistema tradicional?

Cuando enunciamos: «Por lo menos 5 A B», no sólo significamos que hay 5 elementos de A que poseen el predicado B, sino también que puede haber más elementos de A que lo posean, y que estos 5 elementos no pueden dejar de poseerlo, es decir, lo poseen necesariamente. Fácilmente puede exponerse el contenido correlativo mentado por fórmulas máximas.

Este análisis sugiere que la estructura lógica dé las «proposiciones limitativas» es la siguiente: Proposiciones *compuestas* (ocultamente compuestas), pero no de cualquier manera, sino con la peculiaridad de constar en su composición de proposiciones formuladas en diferentes *modos*, a saber: el modo de necesidad y el de posibilidad. Lo confirma que la proposición «x A B», que significa, según el mismo Hönen, «Hay justos x A que son B», es decir, literalmente: «Sólo los individuos de la clase $x \frown$ A son B», es una proposición exclusiva de sujeto, y éstas, como es sabido, equivalen a dos proposiciones unidas conjuntivamente de esta forma: «$x \frown$ A es B» y «$\overline{x} \frown$ A es $\overline{\text{B}}$». Pero la proposición «x A B», como ya se expuso, es un caso particular de proposición limitativa.

Consideremos estos pares de proposiciones conjuntas:

I. (1) $x \frown$ A es necesariamente B. (2) $\overline{x} \frown$ A puede ser B,
II. (1) $\overline{x} \frown$ A es necesariamente B. (2) $x \frown$ A puede ser $\overline{\text{B}}$,

en los que se combinan de un modo regular los modos de posibilidad y necesidad, ya que en ambos se expresa: 1) Que una clase (x, $\overline{x}$), pertenece a otra (B, $\overline{\text{B}}$) de un modo necesario. 2) Que *puede* pertenecer a la misma clase (B, $\overline{\text{B}}$) la complementaria de la dada ($\overline{x}$, x). Podemos, desde luego, construir combinaciones diferentes, pero las expuestas servirán para explicar las proposiciones limitativas de Hönen desde la lógica tradicional.

Supuestas las nociones de universo lógico absoluto (en el que la clase $\overline{A}$, complementaria a una dada A, reúne a todas las clases posibles, excepto A) y universo lógico relativo (en el que la clase complementaria $\overline{A}$, a una dada A, reúne a todas las clases de un género determinado, y así es como «invertebrado» es la clase complementaria de «vertebrado» dentro del género «animal». Recuérdese la conocida noción de Todo lógico relativa a los datos del problema construída por Poretsky (*): puede describirse de este modo el orden notificado por cada uno de los pares conjuntos arriba consignados:

I.—Por respecto al universo absoluto, que siempre x A es B, pero que pueden darse otros x A que sean B. Por respecto al universo de A: que siempre, dentro de A, los x deben ser B, pero pueden serlo también los $\overline{x}$.

Por lo demás, cada una de estas proposiciones da lugar a las siguientes, por inferencias inmediatas muy claras:

(3) $x \frown$ A no es (y no lo es de un modo necesario) $\overline{B}$.
(4) $\overline{x} \frown$ A puede no ser $\overline{B}$.

II.—Fácilmente pueden exponerse las relaciones correspondientes al segundo par, así como sus inmediatas inferencias.

Ahora bien: ¿Acaso la noción mín. x A B dice algo más o algo menos que las relaciones contenidas en el par I, es decir, las relaciones I (1), (2), y *a fortiori* (3), (4)? Analícese circunstanciadamente esta semejanza entre ambas expresiones: ella es absoluta. Asimismo, la expresión máx. x A B corresponde por entero al grupo II. Compruébese esta afirmación en ejemplos como el siguiente: mín. a B C (conclusión del *Darapti* citado) equivale a la conjunción : A B es C y $\overline{A} \frown$ B puede ser C.

La tabla que sigue manifiesta las relaciones que, en mi opinión, están subtendidas por las proposiciones limitativas de Hönen:

Mín. x (A) B	Máx. x (A) B
(1) x (A) es B (2) $\overline{x}$ (A) puede ser B. (3) x (A) no es $\overline{B}$ (4) $\overline{x}$ (A) puede no ser $\overline{B}$.	(1) $\overline{x}$ (A) es $\overline{B}$ (2) x (A) puede ser $\overline{B}$. (3) $\overline{x}$ (A) no es B (4) x (A) puede no ser B.

(*) Vid. Couturat: *L'algebre de la logique,* 2.ª ed., § 43.

La comparación de los miembros de esta tabla demuestra que entre una proposición máxima y una mínima no hay diferencia estructural cuando se consideran absolutamente, pero sí cuando vienen referidas a un mismo sujeto y predicado. Por consiguiente, permutando el sujeto y predicado por sus respectivos complementarios, podemos llegar a expresiones equivalentes entre proposiciones máximas y mínimas.

Como confirmación del análisis expuesto de las proposiciones limitativas, he aquí una aplicación del mismo a ciertas equivalencias que (entre otras semejantes para mi propósito) Hönen demuestra sirviéndose de las cuantificaciones; tal aplicación manifestará, además, la razón íntima de las equivalencias comentadas:

$$\text{mín. } x\ A\ B = \text{máx. } (a_A - x)\ A\ B' = \text{máx. } (a_B - x)\ A'\ B =$$
$$= \text{mín. } (a_{A'} - a_B + x)\ A'\ B'$$

Antes de nada, por consideraciones anteriormente hechas, se admitirá:

$$x = A \frown B;\quad a_A - x = \bar{x} \frown A;\quad a_B - x = \bar{x} \frown B;$$
$$a_{A'} - a_B + x = a_{A'} - (a_B - x) = a_{A'} - \overline{(x} \frown B) =$$
$$= a_{A'} \frown \overline{\overline{(x} \frown B)} = \overline{\overline{(x} \frown B)} \frown \overline{A}.$$

Las equivalencias propuestas se reducirán, por tanto, a las siguientes:

$$\text{mín. } x\,A\,B = \text{máx. } \overline{(x} \frown A)\,A\,\overline{B} =$$
$$= \text{máx. } (\bar{x} \frown B)\,\bar{A}\,B = \text{mín. } [\overline{(\bar{x} \frown B)} \frown \bar{A}]\,\bar{A}\,\bar{B}$$

Descompongamos cada una de las proposiciones equiparadas conforme a la tabla antes expuesta, operando *independientemente* con cada proposición, y teniendo en cuenta la ley de la doble negación; por lo demás, solamente transcribiré los pares originarios (1) y (2), omitiendo, por brevedad, sus inferencias inmediatas:

Mín. x A B	Máx. $(\overline{x} \cap A)$ A B	Máx. $(\overline{x} \cap B)$ A B	Mín. $[(\overline{x} \cap B) \cap \overline{A}]$ $\overline{A}$ $\overline{B}$
(1) $x \cap A$ es B	(1) $(x \cap A) \cap A$ es B	(1) $\overline{(\overline{x} \cap B)} \cap \overline{A}$ es $\overline{B}$	(1) $\overline{(\overline{x} \cap B)} \cap \overline{A}$ es $\overline{B}$
(2) $\overline{x} \cap A$ puede ser B	(2) $(\overline{x} \cap A) \cap A$ puede ser B	(2) $(\overline{x} \cap B) \cap \overline{A}$ puede ser $\overline{B}$	(2) $(\overline{x} \cap B) \cap \overline{A}$ puede ser $\overline{B}$

Comparemos los cuatro miembros de esta tabla. Evidentemente, las dos primeras dicen lo mismo entre sí; las dos últimas, igualmente. En cuanto la relación de equivalencia entre estos dos grupos, bastará la siguiente igualdad establecida entre el segundo y tercer miembro de la tabla precedente:

$$(x \cap A) \cap A \supset B = \overline{(\overline{x} \cap B)} \cap \overline{A} \supset \overline{B}$$

y cuya exactitud es notoria.

3. *Las proposiciones clásicas no son casos particulares-límites de las proposiciones limitativas*, en el sentido de Hönen. Uno de los más bellos resultados de Hönen es la presentación de los tipos de proposiciones clásicas como meros casos particules de las proposiciones limitativas; esta presentación dignifica, además, la doctrina con todo el prestigio de la tradicional. Sin embargo, incluso prescindiendo del análisis precedente de las proposiciones limitativas, considero incorrecto este resultado de Hönen, pues no se funda en razones necesarias, sino en convenciones gratuitas, implícitamente postuladas para lograr el resultado apetecido. La verdadera es, en efecto, la afirmación recíproca: las *proposiciones limitativas son casos particulares de las clásicas*. Esto parece claro desde el momento que se advierte que toda proposición no-total ha de ser particular, ya que la distinción Todo-Parte es inmediata. Desde 1 hasta a_A —1 son particulares (es decir, *i*) las proposiciones cuyo sujeto es A; son universales, a_A y 0 (cero).

Si Hönen puede construir la tesis recíproca, es debido a que postula gratuitamente la equivalencia de *i* A B con 1 A B, y de 0 A B con 1 A B'. Esta correspondencia la introduce Hönen paulatinamente a lo largo de su obra, pero él mismo reconoce, al principio de la misma (pág. 20), que se trata de una correspondencia propia de la lógica simbólica, con la que polemiza

También deben considerarse como postulados las equivalencias de mín. *a* A B y máx. 0 A B con las proposiciones en *a*, 0, clásicas, respectivamente, ya que, rigurosamente hablando, aquellas expresiones limitativas carecen de sentido dentro del dominio puramente cuantitativo, y sólo un convenio podría prestárselo. En efecto, *a*A es la misma A; y así, carece de sentido, respecto de A, determinar: «por lo menos todos los A» (en cambio, esto puede hacerse respecto de $\overline{A}$, como sucede en la interpretación que antes he propuesto de las proposiciones limitativas). Asimismo, el símbolo 0 (cero) no es un coeficiente cuantitativo, y carece de sentido anteponerle máx.

4. *Sobre las inferencias inmediatas.*—Es legítima, internamente considerada, la exposición de Hönen. Pero he aquí un ejemplo más, en este punto, de cómo la utilización de conceptos aritméticos carece de valor lógico, y donde parece alcanzarlo se debe a un postulado puramente convencional. Gracias a los criterios que propone, Hönen puede considerar verificadas, como ya dije, ciertas leyes de la oposición contradictoria, en cuanto es un caso límite de la oposición contraria, a saber: cuando entre x, y no hay elementos intermedios. Aplicando el criterio de casos falsos de las contrarias ($x - y - 1$), obtenemos, para $y = (x - 1)$, que es la situación de las contradictorias, el resultado de 0 (cero), que Hönen interpreta: Cero casos falsos. Sin embargo, advirtamos que para $y = (x - 1)$ no se cumple ya la definición dada de contrariedad, porque no se dan casos intermedios, y, por consiguiente, no es legítimo aplicar el criterio de casos falsos de las proposiciones contrarias. El 0 (cero) obtenido en esta operación no simboliza, por tanto, que en las contradictorias no existan proposiciones falsas a la vez, sino solamente que en ellas no hay casos intermedios entre x, y, en el sentido definido.

5. *Sobre la silogística de las proposiciones limitativas.*—Tal como la construye Hönen, conserva los vicios de origen que ya he señalado, y las seudodemostraciones son numerosas. He aquí una crítica de dos de ellas, cuya exposición sólo tiene por objeto orientar el análisis de los razonamientos de Hönen, en la imposibilidad de un estudio pormenorizado.

Sea el silogismo antes citado:

$$\text{máx. } p \text{ B C}' \text{ máx. } q \text{ A B}'; \text{ luego máx. } (p+q) \text{ A C}'$$

Ante todo, no es correcto llamar silogismo a esta expresión, que contiene cuatro términos. Respecto a la conclusión máx. ($p + q$ A C', es, rigurosamente tratada, un sinsentido, más aún, una falsedad, como fácilmente puede demostrarse. El mismo Hönen advierte que puede haber p que no sean q; es decir, un p o un q puede ser a la vez $\overline{\text{C}}$ y $\overline{\text{B}}$. Pongámonos en el caso extremo para mayor claridad (aunque sería indiferente hacerlo con otros), en el que todos los p sean q. Entonces, si aplicamos la ley de adición, obtendríamos doble cantidad de los A que podían ser $\overline{\text{C}}$, lo que es absurdo, desde luego. Luego $(p + q)$ no puede interpretarse como una suma aritmética, y, por consiguiente, la expresión de Hönen, que la admite como tal, es un puro sinsentido.

Consideremos, por último, las premisas numéricas (páginas 186-87), z A C, y A B.

Para $z = y = a_{\text{A}}$, tenemos—dice Hönen—un *Darapti*. Si no se da esta hipótesis—continúa—, para tener conclusión es necesario y suficiente que la suma de z y exceda del conjunto de las A: $z + y > a_{\text{A}}$. Pues entonces hay cosas A que son a la vez B y C; luego habrá cosas B que son C. Su cantidad será, *por lo menos* $(z + y - a_{\text{A}})$. Resultará, pues, el silogismo:

$$z \text{ A C} : y \text{ A B}; \text{ luego mín. } (z + y - a_{\text{A}}) \text{ B C.}$$

Consideradas en el sentido numérico que les atribuye Hönen, estas expresiones son también sinsentidos:

1. $z = y = a_{\text{A}}$. Resultaría que $z + y = 2a$. Pero como lógicamente $z + y = a_{\text{A}}$, tenemos que también es satisfecha cuando, por ejemplo, $y < a_{\text{A}}$.

2. ¿Qué significado lógico puede tener $z + y > a$? Sin duda ninguna, que si tomamos los elementos z de A—es decir, la clase z—y también la clase y de A, algunos elementos de la clase y son los mismos que otros de la z (por esto, si operásemos numéricamente, podríamos sobrepasar la clase a). Es decir, que se da una clase n tal, que sus elementos son a la vez a, z: $n = y \frown z$.

Esto supuesto, he aquí el razonamiento lógico desarrollado implícitamente por Hönen:

$$\begin{matrix} (y \frown A) \supset B \\ (z \frown A) \supset C \end{matrix} \quad \text{de donde} \quad \begin{matrix} (y \frown A) \frown B = y \frown A \\ (z \frown A) \frown C = z \frown A \end{matrix}$$

Reuniendo ordenadamente estas últimas igualdades,

$$[(y \frown A) \frown B] \frown [(z \frown A) \frown C] = (y \frown A) \frown (z \frown A)$$

que puede ser escrita:

$$[(y \frown A) \frown (z \frown A)] \frown (B \frown C) = (y \frown A) \frown (z \frown A)$$

Pero esta expresión es la definición de una implicación:

$(y \frown A) \frown (z \frown A) \supset B \frown C$, que puede escribirse: $n \frown A \supset B \frown C$

Y de aquí obtenemos dos fórmulas que son las dos conclusiones, directa y conversa, de la tercera figura:

$$\begin{matrix} (n \frown A) \frown B \supset C \\ (n \frown A) \frown C \supset B \end{matrix}$$

Ninguna participación tienen, pues, en el razonamiento las nociones cuantitativas, y esto es lo que importaba dejar en plena claridad. Las cuantificaciones conducen, en rigor, a relaciones de intersección con clases distintas, dando lugar a formas subalternas de silogismos, etc., aunque condensadas externamente en formas al parecer sencillas.

VI

Los comentarios que preceden no pretenden anular, sino sólo rectificar las innovaciones propuestas por Hönen. Aunque, en el aspecto expresivo, su obra requiere una hermenéutica incesante que preste sentido lógico a sus símbolos, las estructuras objetivas mencionadas por éstos no podrán ya seguramente desconocerse.

El sistema de matrices, sin olvidar que no puede tomarse como fundamento de los silogismos y sorites, debe compartir, sin embargo, con ellos importantes aspectos que permitan la inserción en el de dichos silogismos y sorites, así como de las inferencias inmediatas. El método de matrices será, así, siempre, un modo provechoso de organizar regularmente la *materia* con la que han de componerse las inferencias, mediatas o inmediatas, de un alto valor analítico y pedagógico. Pero sus resultados deben siempre ser moderados por las leyes tradicionales.

Las proposiciones limitativas, en tanto no implican una cuantificación aritmética del sujeto, abren quizá horizontes nuevos a la teoría de las inferencias, y, antes aún, de las proposiciones, que podrían ser consideradas siempre como limitativas. **Suponiendo como forma proposicional típica el par** ($x \frown$ A es B) ($\overline{x} \frown$ A puede ser B), que simboliza ordinariamente proposiciones particulares respecto de A (en cuyo universo lógico nos movemos), tendríamos como casi límite (para $x = a_{A}$), el par $a_{A} \frown$ A es B). ($\overline{a_{A}} \frown$A puede ser B), en el que el segundo miembro tiene por sujeto una clase vacía ($\overline{a_{A}} \frown$ A), pero funcionalmente significativa (en el sentido de Cassirer), del mismo modo que la expresión compleja $(a, 0)$ define el número real a.

Estas proposiciones darían lugar a una teoría de los silogismos, según un método constructivo, en la que todos los silogismos quedarían interpretados como silogismos compuestos de la forma:

$$\overline{p} \frown \text{B es C} \cdot p \frown \text{B puede ser C}$$
$$\overline{q} \frown \text{A es B} \cdot q \frown \text{A puede ser B}$$

luego

$$\overline{(p \frown q)}\ \text{A es C} : (p \frown q)\ \text{A puede ser C.}$$

Sin embargo, estimo que la lógica de las matrices ha de poseer más interés que la de las proposiciones limitativas, en tanto que éstas no se adaptan al curso de las ciencias, mejor aprehendido por las lógicas probabilistas (con las cuales, desde luego, podría emparentarse la teoría limitativa, en virtud del carácter modal de posibilidad que poseen los segundos miembros de sus proposiciones), que no se reducen a una silogística.

La obra de Hönen constituye también una enseñanza sobre el escaso fundamento en que descansa toda pretensión de prescindir de la lógica simbólica, aun en la exposición de la lógica clásica; porque la misma obra de Hönen, pese a las declaraciones del autor citadas al principio de esta nota, es tributaria, en puntos decisivos, del modo de pensar logístico. Recuérdense de nuevo las nociones de clases complementarias universo lógico, desarrollos, etc., y otros muchos procedimientos técnicos, sin los cuales no hubiera sido posible elaborar esta importante obra.

GUSTAVO BUENO MARTÍNEZ.