



ARTICULOS

DIMENSIONES DE LA CELULA PRIMITIVA

LEON GARZON RUIPEREZ

Oviedo

INTRODUCCION Y OBJETO DE ESTE TRABAJO



Como es sabido una de las características que quizá singularizan más rigurosamente a todo ser vivo es la capacidad de reproducción, esto es, la de realizar copias de sí mismo. Sin entrar en detalles acerca de cómo a partir de los coacervatos (Oparin (1973), Keosian (1975), Yanagawa y Egami (1977)) se pudo originar la primera masa protoplasmática con capacidad de multiplicación, supondremos que esta masa protoplasmática, o célula primitiva (CP), surgió en el seno de un medio adecuado (digamos el mar) disponiendo, en principio, de capacidad suficiente para ir aumentando progresivamente de tamaño. Dicha masa protoplasmática provista quizá de una membrana no diferenciada, poseería la forma esférica. Como resultado de los procesos de asimilación, formadores de materia protoplasmática, se generó en el seno de ella materiales de desecho, residuos de aquellos procesos, los cuales deberían ser eliminados para permitir que pudieran seguir manteniéndose. Ahora bien, la tasa de producción de estos desechos es proporcional al volumen, en tanto que su eliminación, que sólo puede efectuarse a través de la frontera con el medio exterior, es proporcional a la superficie de dicha frontera (Alvarado, 1960). Al ir aumentando la masa y, por tanto, el volumen, crece más deprisa éste que la superficie, por lo cual llegaría un momento en que la eliminación de los desechos sería inferior a la de su producción, con el resultado de que se irían acumulando tanto más cuanto

mayor fuese el volumen alcanzado. La supervivencia de dicha masa protoplasmática, bajo el imperativo de su crecimiento, sólo pudo lograrse mediante un mecanismo que, permitiendo el aumento de ella, resolviese el problema de su contaminación. La manera más sencilla de alcanzar dicho objetivo fue, sin duda, el proceso de la división, puesto que en dicho proceso, a partir de un volumen dado, se consigue un aumento de la superficie total. Por tanto el proceso de la división, por escisión, de la masa protoplasmática, pudo venir impuesta para permitir el crecimiento de la misma.

El objeto del presente trabajo es el de calcular, en base a un modelo simplificado de célula, lo que se pudiera denominar dimensiones o tamaño crítico de la masa protoplasmática inicial o célula primitiva (CP).

Los antecedentes bibliográficos consultados (rastreo bibliográfico) indican que esta cuestión no ha sido abordada. Únicamente cabe señalar el trabajo de Rashevsky (1947) en el cual, sin embargo, los tratamientos matemáticos se orientan según direcciones que no coinciden con las seguidas en este trabajo.

La exposición se ha dividido en tres apartados. En el primero de ellos se trata de la forma de la CP. En el segundo se establece el origen de su división. En el tercero se establece el modelo de CP, obteniéndose la expresión de las dimensiones críticas. Finalmente se incluyen algunos comentarios y un apéndice en el que se detallan los cálculos realizados.

1. LA FORMA DE LA CP

Una célula es un sistema físico-químico abierto puesto que a través de sus límites tienen lugar inter-

(*) Departamento de Energía Nuclear
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas
Universidad de Oviedo.

cambios de materia (y por tanto de energía) con el medio que la rodea. Considerando una célula aislada, situada en el seno de un medio adecuado, la tensión superficial determina, si la membrana es elástica, que la figura de equilibrio corresponda a una esfera. Desde el punto de vista de la estabilidad de los sistemas en general, es fácil alcanzar la conclusión anterior. En efecto, se puede demostrar que, por virtud de la existencia de la tensión superficial, existe una energía localizada en la superficie, cuyo valor viene dado por la siguiente expresión:

$$E_s = \sigma S \quad [1]$$

siendo E_s la energía superficial, S la superficie y σ el coeficiente de tensión superficial relativo a la masa protoplasmática. Por otra parte la estabilidad de cualquier sistema es máxima cuando su contenido energético es mínimo. Se trata de un principio de validez completamente general, aplicable a todo tipo de sistemas. Ahora bien, es sabido que de todos los cuerpos del mismo volumen el que posee la mínima superficie es la esfera, concluyéndose, por tanto, que para células de un mismo volumen, sumergidas en el mismo medio (σ , el mismo) la esfera es la que posee la mínima superficie y, por tanto, la energía superficial mínima. Debe hacerse notar, sin embargo, que la conclusión anterior es válida, únicamente, para células cuya membrana sea elástica.

2. EL ORIGEN DE LA DIVISION CELULAR

Los experimentos con amebas realizados por Hartmann y citados por Alvarado en su *Biología General*, tomo II, pág. 195, ponen de manifiesto que el fenómeno de la escisión celular parece estar relacionado con la necesidad de conseguir una mayor tasa de eliminación de los catabolitos.

En este apartado se va a desarrollar un tratamiento matemático elemental que permite demostrar que, a causa de la producción de catabolitos, las dimensiones de la célula no pueden superar un cierto valor.

Basta para ello suponer que la producción de catabolitos se realiza uniformemente en toda la masa protoplasmática y que su eliminación tiene lugar a través de los límites del sistema, esto es la superficie exterior de la masa protoplasmática. Se admite, además, que la célula posee forma esférica.

Es evidente que la tasa de producción de catabolitos debe ser proporcional a la masa protoplasmática y, por tanto, (supuesta una densidad uniforme) a su volumen. Si se designa por R el radio de la CP en un momento dado de su evolución, la tasa de producción de catabolitos, P , vendrá dada por la expresión:

$$P = K \frac{4}{3} \pi R^3 \quad [2]$$

siendo K un factor que representa la velocidad de producción por unidad de tiempo y unidad de volumen.

La eliminación de los catabolitos es proporcional a la superficie de la célula, por lo que llamando F a la tasa de dicha eliminación, se tendrá:

$$F = K' \cdot 4 \pi R^2 \quad [3]$$

siendo K' un factor que representa la velocidad de eliminación por unidad de tiempo y unidad de superficie. Los factores K y K' deben suponerse constantes cualquiera que sea R .

La diferencia entre las tasas de producción y de eliminación, si existiese representaría la tasa de acumulación de catabolitos, la cual produciría el envenenamiento de la CP.

En el curso de su evolución la CP aumenta de tamaño. Considerando una serie sucesiva y discreta de estados, los correspondientes radios forman la sucesión:

$$R_1 < R_2 < R_3 < \dots \quad [4]$$

Las relaciones superficie volumen, r , forman la siguiente:

$$r_1 > r_2 > r_3 > \dots \quad [5]$$

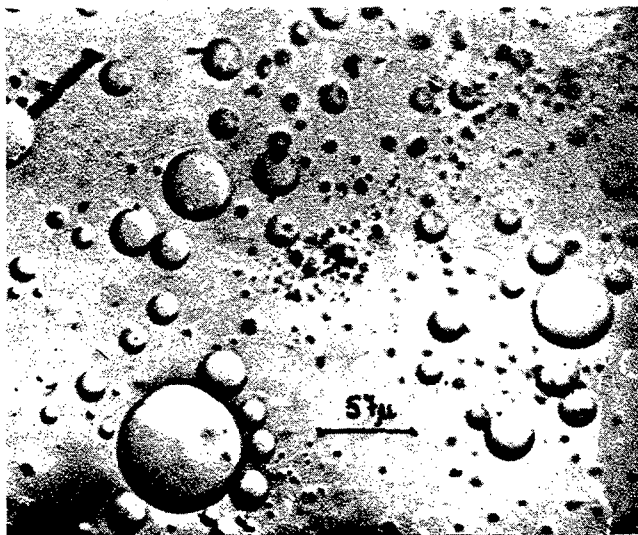
puesto que $r=3/R$, es decir, el aumentar el radio crece más deprisa el volumen que la superficie. Se puede admitir que hasta alcanzar un cierto valor de radio, la CP posee capacidad suficiente para eliminar todos los catabolitos producidos, disponiendo de un margen que debe disminuir, según lo indicado, con el aumento de dicho radio. Al llegar a un cierto valor de éste ese margen se desvanece, ocurriendo entonces que la tasa de producción viene justamente compensada por la tasa de eliminación. Más allá de ese valor la acumulación de catabolitos proseguiría indefinidamente. Llamando R al valor del radio crítico, se debe verificar:

$$K \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = K' \cdot 4 \pi R^2 \quad [6]$$

de donde resulta para el radio crítico el valor:

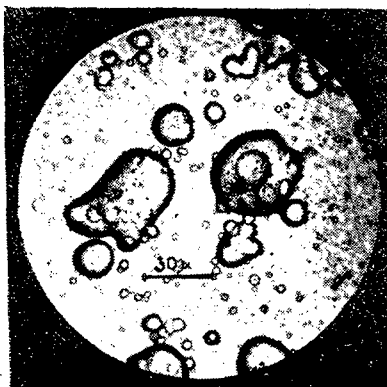
$$R = \frac{3 K'}{K} \quad [7]$$

para el cual, justamente, se hallarían equilibrados los dos procesos de producción y de eliminación de desechos, es decir, por dicho tamaño la velocidad de eliminación se realizaría al mismo ritmo que la velocidad de producción. Se trata de un radio crítico (y por tanto de un tamaño crítico) puesto que un pequeño aumento de ese valor determina la desaparición de la entidad considerada. De todo lo anterior se deduce que la CP no pudo superar ese tamaño crítico, aún disponiendo de un medio que la podía proporcionar, sin límites, materiales para permitir transformarlos en masa protoplasmática. Se ve, pues, un serio obstáculo hacia la formación de la biosfera. ¿Cómo la primitiva célula resolvió la dificultad? La hipótesis más sencilla es la de que al llegar al estado crítico, o aún antes (previsión) experimentó la bipartición, puesto que con ella se lograba aumentar la superficie disponible ya que, cuando una esfera de superficie S se divide en otros dos tamaños similares y superficie S_1 , cada una se cumple que $2S_1 > S$.



Gotitas coacervadas de gelatina y goma arábica.

Una solución que contenga macromoléculas orgánicas (bajo unas condiciones adecuadas de temperatura, composición, concentración iónica y pH) puede resolverse espontáneamente en una colección de gotitas «esféricas» (gotitas de coacervato) (con una concentración elevada de macromoléculas) dispersas en un medio líquido continuo (el líquido equilibrante) relativamente empobrecido en macromoléculas.



Como nota ampliadora a la cuestión anterior se puede demostrar que la bipartición o escisión celular más probable es aquella en la que la célula madre forma dos células hijas del mismo volumen. Supongamos que la otra evidentemente poseerá el volumen $V-v$. Se puede demostrar que la energía total de las dos células hijas es:

$$E = 4\pi \left(\frac{3v}{4\pi} \right)^{2/3} + 4\pi \left(\frac{3(V-v)}{4\pi} \right)^{2/3}$$

La condición más probable es aquella que consiente para las células hijas el mínimo contenido energético. Ese mínimo se calcula igualando a cero dE/dV . Realizando el cálculo se obtiene el valor:

$$v = \frac{V}{2}$$

3. CALCULO DEL TAMAÑO CRITICO

La evacuación [7] pone de manifiesto la existencia de un tamaño crítico, pero no nos informa acerca de la

magnitud de éste. Para alcanzar este objetivo es necesario proceder a realizar un análisis más detallado de los procesos de producción y eliminación de catabolitos.

Para ello es preciso establecer un modelo de célula que haga viable el cálculo matemático. El modelo adoptado se basa en las siguientes premisas:

a) Una célula se considera como una masa protoplasmática de composición uniforme rodeada de una membrana elástica, no diferenciada, y situada en el seno de un medio nutritivo adecuado, de extensión infinita.

b) La producción de catabolitos tiene lugar en toda la masa celular con una velocidad por unidad de volumen igual en todos los puntos de aquélla.

c) La eliminación de estos catabolitos se realiza a través de los límites del sistema.

d) El estado crítico es un estado de equilibrio en el cual se verifica que la velocidad de producción de catabolitos es igual a la de su eliminación.

e) Las corrientes de agua en ambas direcciones son equivalentes.

Antes de establecer la ecuación diferencial que traduce el balance de materia en cada punto de la CP se va a proceder a describir, cualitativamente, el fenómeno. En primer lugar se debe indicar que el estado crítico es un estado estacionario, es decir la concentración de desechos en cada punto no varía con el tiempo. Vamos a demostrar que, por causa de la producción de desechos, la función de distribución de éstos en el cuerpo celular no es una función uniforme, sino que disminuye desde el centro de la célula hacia el exterior. En efecto, si la célula fuera infinita, los desechos producidos dispondrían de un medio con capacidad diluyente ilimitada y, en tal caso, la función de distribución de la concentración de esos desechos sería uniforme en todo el medio. La finitud de la célula determina que los desechos se eliminen a través de su frontera con el medio, provocando esta fuga una corriente de dichos desechos desde el interior hacia el exterior. Las zonas más próximas a la frontera contribuirán más eficazmente a esas fugas, por lo que la función concentración de desechos ya no será uniforme, sino que, por el contrario, poseerá un valor máximo en el centro y disminuirá a medida que nos alejamos del mismo. La diferencia de concentración existente entre dos puntos cualesquiera del interior de la célula provoca la corriente de materia, llamada corriente de difusión, la cual tiende a alcanzar el equilibrio de concentraciones; pero como el medio exterior elimina, también por difusión (molecular y/o turbulenta) los desechos que recibe, la situación de desequilibrio (irreversible) se mantiene invariable. El valor de la corriente de materia viene dado por el producto del coeficiente de difusión (un coeficiente llamado fenomenológico, dependiente de las propiedades del medio y de la subsistencia que se difunde) por el gradiente de concentración que, como es sabido, representa la variación de concentración (en el punto dado) con la distancia. Se trata de una ley completamente general (Ley de Fick) mediante la cual se describen, en general, los procesos de transporte.

Para el caso que estamos considerando el valor de la corriente de materia viene dado por la expresión (primera ley de Fick):

$$J = -DS \frac{dC}{dr} \quad [9]$$

siendo D el coeficiente de difusión, cuyas unidades son $\text{cm}^2/\text{seg.}$; S es la superficie considerada a través de la cual fluye la materia. En nuestro caso $S = 4\pi r^2 \text{ cm}^2$; C_1 es la concentración en r y dC/dr el valor del gradiente en la capa esférica de radio dr entre r y $r + dr$. Las unidades de C pueden ser g/cm^3 . Sustituyendo en [9] las unidades de las diversas magnitudes se obtiene para J :

$$[J] = \text{g/s}$$

Supongamos la CP en su estado crítico y sea R el valor de dicho radio. Para calcular este valor es necesario establecer una ecuación de balance de materia para una capa esférica «genérica» de radio entre r y $r + dr$.

Dicha ecuación de balance debe expresar que la pérdida de desechos en esa capa, pérdida que se origina por el proceso de difusión, sea en todo momento (régimen estacionario) igual a la producción de dichas sustancias, durante el mismo tiempo, en la citada capa. En el apéndice se muestra que la traducción matemática de dicho balance viene expresada por la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$D \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dC}{dr} \right) + S = 0 \quad [10]$$

en la cual S , las fuentes, representan la producción de desechos en $\text{g}/\text{cm}^3 \cdot \text{seg.}$

Integrando la ecuación anterior se obtiene:

$$C(r) = -\frac{Sr^2}{6D} + \frac{A}{r} + B \quad [11]$$

siendo A y B constantes de integración, cuyos valores se determinan utilizando ciertas condiciones a las que debe satisfacer la función C , como son la de no llegar a alcanzar el valor infinito en cualquier punto dentro de la CP y la de anularse a una cierta distancia de la frontera, distancia que puede denominarse de extrapolación.

Si en la ecuación [11] se hace tender r a cero se ve que $C(r)$ tiende a infinito, y, como esta circunstancia no debe presentarse, se deduce que A debe ser cero teniéndose, en consecuencia:

$$C(r) = -\frac{Sr^2}{6D} + B \quad [12]$$

En cuanto al valor de la constante B , se utiliza la segunda condición que se mencionó anteriormente, es

decir la de la anulación de la función $C(r)$ para la distancia de extrapolación. En realidad la introducción de este concepto representa un artificio matemático que permite determinar el valor de dicha constante de integración. Los productos de desecho del metabolismo de la CP se eliminan, como ya se indicó, a través de la frontera con el medio exterior, medio que se supone indefinido y de composición uniforme y prácticamente constante. Los mencionados desechos, una vez eliminados de la CP, se difundirán hacia el exterior, disminuyendo su concentración según una ley de tipo exponencial. Pues bien, la extrapolación de dicha función en el límite de la CP y el medio conduce a la determinación de dicha distancia de extrapolación, sobre cuyo valor se hablará más adelante. Llamando r_e a dicha distancia, medida a partir del centro de la CP ($r = 0$) y sustituyendo en [12] se tiene:

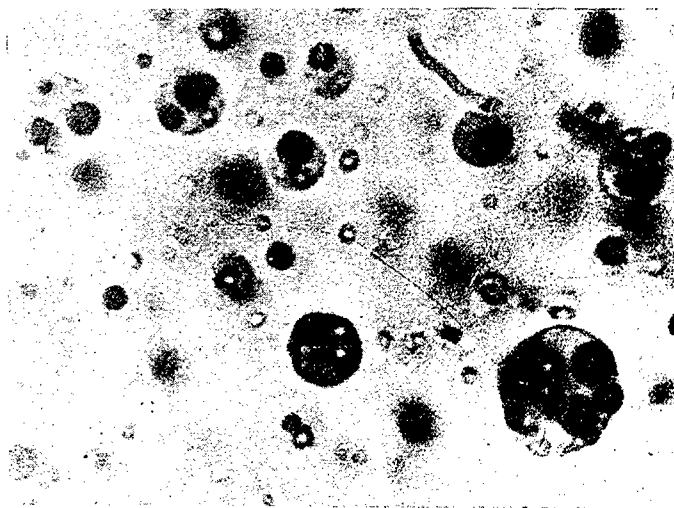
$$C(r_e) = -\frac{Sr_e^2}{6D} + B = 0 \quad [13]$$

de donde se calcula B , valor que sustituido en [12] permite escribir:

$$C(r) = \frac{S}{6D} (r_e^2 - r^2) \quad [14]$$

La función [14] pone de manifiesto la disminución de la concentración con la distancia y su anulación para la distancia extrapolada.

Una vez conocida la función $C(r)$ es fácil calcular el tamaño crítico. Bastará expresar que para dicho tamaño la tasa de producción de desechos es igual a la tasa de su eliminación.



En las células existe un aflujo constante de materiales que entran en las reacciones metabólicas y una constante salida de productos finales.

En sus experimentos sobre gotitas coacervadas Oparin ha podido producir, en pequeña escala, un efecto semejante.

Uno de los hechos más sorprendentes con respecto a las reacciones en las microgotas es que las velocidades de reacción para las mismas reacciones son diferentes para la gotita que para el medio.

La tasa de producción de desechos viene dada por la integral:

$$\text{Tasa producción} = \frac{1}{\tau} \int_0^R C(r) 4\pi r^2 dr \quad [15]$$

siendo τ un tiempo arbitrario, en segundos.

Sustituyendo en la expresión anterior el valor de $C(r)$ dado en [14] e integrando se obtiene la siguiente expresión:

$$\text{Tasa producción} = \frac{2\pi S (5f^2-3) R^5}{45 Dt} \quad [16]$$

siendo f un factor relacionado con la distancia de extrapolación r_e por la expresión: $r_e = fR$.

Por otra parte la tasa de eliminación se obtiene aplicando la ecuación [9] particularizada para $r = R$.

Realizando los cálculos (véase el apéndice) se obtiene el siguiente resultado:

$$J = 4\pi SR^3/3 \quad [17]$$

Igualando las expresiones [16] y [17] se obtiene el valor de R :

$$R = \sqrt{\frac{30}{5f^2-3}} \sqrt{Dt} \quad [18]$$

Como τ se había introducido arbitrariamente, se puede adoptar para el mismo el valor de 1 segundo, con lo que se obtiene la siguiente expresión:

$$R = \sqrt{\frac{30}{5f^2-3}} \sqrt{D_0} \quad [19]$$

Siendo D_0 el coeficiente de difusión en unidades cm^2 . Como los valores de dicho coeficiente, tal y como figuran en las tablas, vienen expresados en cm^2/s , para pasar a los D_0 bastará multiplicar por $\tau = 1$ segundo.

Para calcular el valor de R se precisa conocer el coeficiente de difusión D_0 y la distancia extrapolada, medida en unidades del radio R , puesto que el valor de f se introdujo como cociente entre r_e y R .

Discutamos, en primer lugar, la cuestión referente al coeficiente de difusión. Si, como se indicó oportunamente, la célula debe eliminar, por difusión, los productos de desecho procedentes del quimismo celular, parece que se precisaría conocer la naturaleza de dichos residuos así como la del medio —protoplasma— donde se difunden, con objeto de asignar un valor

apropiado para dicho coeficiente de difusión. Ahora bien, aunque los procesos de desasimilación de la CP no siguieran exactamente las mismas vías que los hoy conocidos, el hecho de que los coeficientes de difusión, tanto para el CO_2 (caso de que se hubiese producido por oxidación de alguna sustancia como la glucosa) como para el resto de las sustancias de significación biológica, sean del mismo orden de magnitud, permite estimar el orden de magnitud de las dimensiones críticas de la CP. Existen sin embargo las dificultades que se exponen seguidamente. En primer lugar los coeficientes de difusión que aparecen en la bibliografía para diversas sustancias se refieren al agua, cuando en realidad se precisarían los valores correspondientes a una disolución de características lo más parecidas al protoplasma. Por otra parte el proceso de transporte a través de la célula de una sustancia de naturaleza polar se cree se realiza hallándose absorbida a una macromolécula *Rashevsky* (1947) y, en tal circunstancia, el coeficiente de difusión vendría a ser, dependiendo de su tamaño, casi un orden de magnitud inferior. *Glasstone, Laidler y Eyring* (1941); *Handbook of Chemistry and Physics* 1971-1972. Considerando dos o más sustancias con diferentes coeficientes de difusión, la sustancia que lo posee menor es la que impone el ritmo al proceso de migración, considerado globalmente.

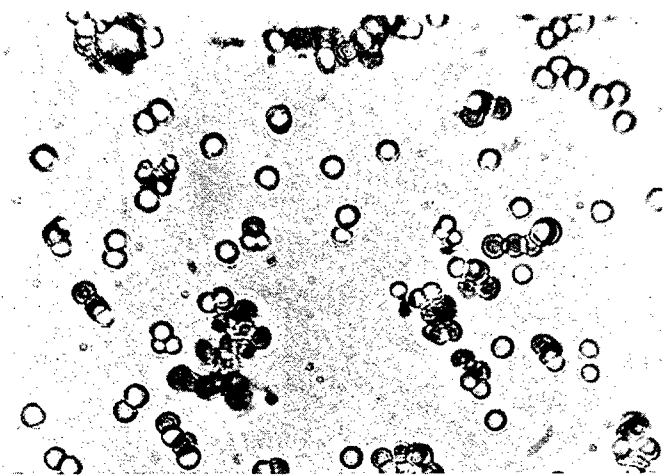
En cuanto al segundo parámetro que figura en la expresión [19] cabe indicar que, apoyado en la experimentación, *Rashevsky* adopta el valor $2R$, es decir una distancia extrapolada contada a partir de los límites de la célula igual a su radio. En este caso el factor f que figura en la citada expresión [19] vale 2.

Ante las incertidumbres señaladas sólo es posible realizar una estimación del orden de magnitud del radio de la CP y, con objeto de ver la influencia que sobre dicha magnitud ejercen los parámetros de los que depende, se ha procedido a calcular, con ayuda de la mencionada expresión [19], los valores de R para diferentes valores de los citados parámetros, valores que se consignan en la tabla I.

TABLA I

VALORES CALCULADOS DEL RADIO CRITICO DE LA C.P. EN MICRAS PARA DIFERENTES DISTANCIAS EXTRAPOLADAS Y COEFICIENTES DE DIFUSION

f \ D	10^7	510^7	10^6	510^6	10^6
1,0	12,2	27,4	38,7	85,5	122
1,2	8,4	18,9	26,7	59,7	84,4
1,4	6,6	14,8	21	46,9	66,4
1,6	5,5	12,4	17,5	39,1	55,3
1,8	4,8	10,7	15	33,8	47,8
2,0	4,2	9,4	13,3	29,7	42,0
2,2	3,8	8,4	12	26,6	37,6
2,4	3,4	7,6	10,8	24,1	34,1
2,6	3,1	7,0	9,9	22,1	31,3
2,8	2,9	6,4	9,1	20,3	28,8
3,0	2,7	5,9	8,4	18,8	26,6



Las microsferas se forman fácilmente al enfriar una solución acuosa caliente de proteínoides, donde se separan de la solución espontáneamente un número enorme de esférulas microscópicas que quedan suspendidas en ella. Fox ha calculado que 1 gramo de proteínoides produciría diez mil millones de microsferas. El tamaño, que depende del modo de preparación, se halla comprendido entre 0,5 y 80 μ . Según Fox las microsferas poseen propiedades comunes con las células: fenómenos osmóticos, producción de yemas como las levaduras, división por tabicamiento, etc.

Según se había señalado anteriormente los coeficientes de difusión de 20°C (*Handbook of Chemistry and Physics*) para una serie de sustancias de gran significado biológico son de valores poco diferentes, pudiéndose adoptar un valor medio de $7,610^{-6}$ (desviación estándar $2,210^{-6}$). Por otra parte el coeficiente de difusión del CO_2 en H_2O a la misma temperatura es $1,45 \cdot 10^{-5}$, *Biology Data book* (1972). La media armónica entre ellos es $5 \cdot 10^{-6}$, siendo pues este valor el que debe substituirse en la expresión [19]. Tomando $f = 2$ resulta el siguiente valor para el tamaño de la CP.

$$R = 30\mu$$

Otra cuestión es la que se refiere a la influencia del coeficiente de difusión en el tamaño de la CP. De la contemplación de los valores de la tabla I se ve que la disminución de D_0 (para un mismo valor de f) hace disminuir el valor de R . Al pasar de $510^{-6} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ a 10^{-7} el tamaño se reduce desde 30μ a 4μ .

Como el coeficiente de difusión depende del contenido del agua de la masa protoplasmática, en el sentido de disminuir para un menor contenido de agua, se puede establecer que las células deberán ser tanto más pequeñas cuanto menor sea la proporción de agua contenida en su protoplasma.

Antes de concluir este artículo, deseamos hacer algunos comentarios. En primer lugar la distancia de extrapolación puede variar para una misma célula según que ésta se desplace o permanezca inmóvil. En efecto, el desplazamiento favorecerá, por turbulencia, la eliminación rápida de los desechos existentes alrededor de la célula (los coeficientes de difusión turbulenta son varios órdenes de magnitudes superiores a los moleculares). En tal caso una CP móvil, con desplazamientos continuos podría haber poseído unas dimensiones críticas inferiores al valor previamente calculado. Evidentemente el valor mínimo de la distancia de extrapolación es $r_e = R(f = 1)$ y, en tal caso, el tamaño pasaría del valor dado anteriormente de 30μ al de 86, es decir casi tres veces superior.

Como conclusión se puede establecer, en base al modelo adoptado, que las dimensiones calculadas concuerdan con las hoy conocidas para la gran mayoría de las células (tamaños comprendidos entre 5 y 50μ) (Novikoff y Holtzman, 1972).

APENDICE

I. Deducción de la ecuación de difusión para el caso considerado.

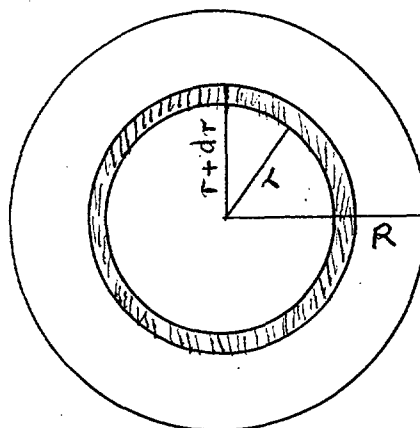


FIGURA 1
MASA PROTOPLASMÁTICA
ESFÉRICA

Se considera (véase la figura 1) una capa esférica de espesor dr comprendida entre los radios r y $r+dr$. Se va a expresar que la pérdida de desechos en dicha capa por difusión, es igual a la ganancia en la misma por el proceso de producción. La cantidad de desechos que entran en la superficie de radio r se calcula aplicando la ecuación [9] dada en el texto, teniendo en cuenta que la superficie es $4\pi r^2$, es decir:

$$J_r = -4\pi r^2 D \frac{dC}{dr} \quad [1]$$

La cantidad que sale de la superficie de radio $r+dr$ es

$$J_{r+dr} + \frac{dJ_r}{dr} \cdot dr \quad [2]$$

Por consiguiente la pérdida neta en la capa se obtendrá restando [1] de [2], es decir:

$$- \frac{dJ_r}{dr} \cdot dr$$

Derivando [1] con respecto a r se obtiene:

$$- \frac{dJ_r}{dr} \cdot dr = (4\pi D r^2 \frac{d^2C}{dr^2} + 8\pi D r \frac{dC}{dr}) dr \quad [3]$$

Por otra parte la producción viene dada por: $S4\pi r^2 dr$, puesto que S es la producción por unidad de volumen y $4\pi r^2 dr$ es el volumen de la capa considerada.

Como en el estado crítico la desaparición debe estar compensada con la producción deberá cumplirse:

$$(4\pi Dr^2 \frac{d^2C}{dr^2} + 8\pi Dr \frac{dC}{dr}) \cdot dr + S \cdot 4\pi r^2 dr = 0 \quad [4]$$

Dividiendo por $4\pi r^2 dr$, se obtiene:

$$D \frac{d^2C}{dr^2} + \frac{2D}{r} \frac{dC}{dr} + S = 0, \quad [5]$$

ecuación que puede escribirse de la siguiente forma más compacta:

$$D \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC}{dr}) + S = 0, \quad [6]$$

como puede demostrarse desarrollando la derivada.

II. Integración de la ecuación de difusión.

Para integrar la ecuación anterior se hace el siguiente cambio de variable:

$$C = \frac{u}{r}$$

Se tiene:

$$\frac{dC}{dr} = \frac{r \frac{du}{dr} - u}{r^2}; \quad r^2 \frac{dC}{dr} = r \frac{du}{dr} - u \quad [7]$$

Sustituyendo en [6] se obtiene:

$$D \frac{d^2u}{dr^2} + Sr = 0$$

ecuación que puede escribirse de la siguiente manera

$$D \frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} \right) + Sr = 0. \quad [8]$$

Multiplicando por dr e integrando:

$$D \frac{du}{dr} + \frac{Sr^2}{2} = a$$

siendo a una constante de integración.

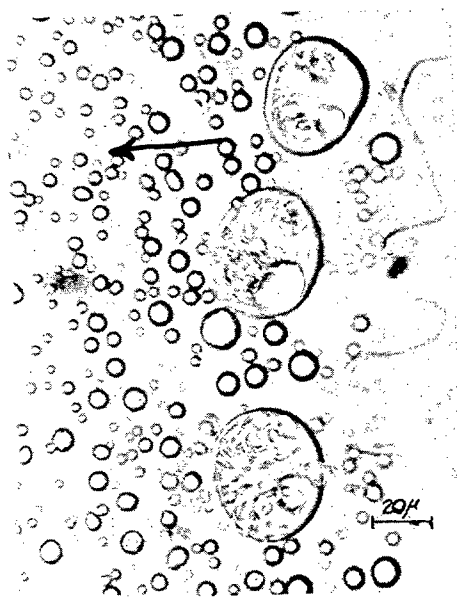
$$D du + \frac{Sr^2}{2} dr = a dr$$

Volviendo a integrar:

$$Du + \frac{Sr^3}{9} = ar + b \quad [9]$$

siendo b otra constante de integración. Despejando u y teniendo en cuenta que $C = u/r$, se obtiene, como solución general:

$$C = -\frac{Sr^2}{6D} - \frac{a}{D} - \frac{b}{Dr} \quad [10]$$

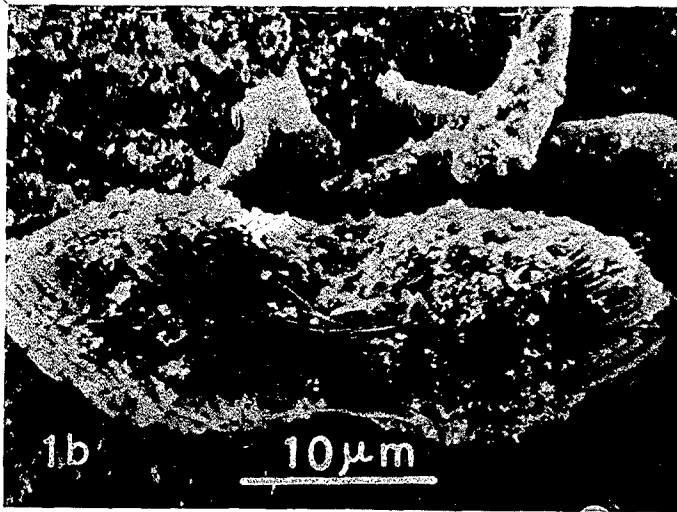


Mediante un proceso de rehidratación de microsferas pequeñas, Smith ha obtenido esferas mayores cuyos diámetros se hallaban comprendidos entre 10 y 30 μ de diámetro. Estas esferas se parecen a los coacervatos complejos de Oparin. También ha preparado coacervatos a partir de ácido nucleico de levadura utilizando la técnica citada. Las esferas son relativamente grandes (30-100 μ) y, al formarse, presentan una vigorosa circulación interna. Bahadur y col han descrito la formación de diversas microestructuras y pretenden que éstas presentan propiedades de orden biológico. Las han llamado estructuras Jeewanu (en saucrito, partículas de vida).

Como para $r = 0$ no puede ser C infinito, es necesario que sea $b = 0$, quedando:

$$C = -\frac{Sr^2}{6D} - \frac{a}{D} \quad [11]$$

La constante a se determina con la condición, citada en el texto, de que para $r = r_e$ es $C(r_e) = 0$.



Sustituyendo r por r_e igualando a cero y despejando a , se obtiene finalmente:

$$C = \frac{S}{6D} (r_e^2 - r^2) \quad [12]$$

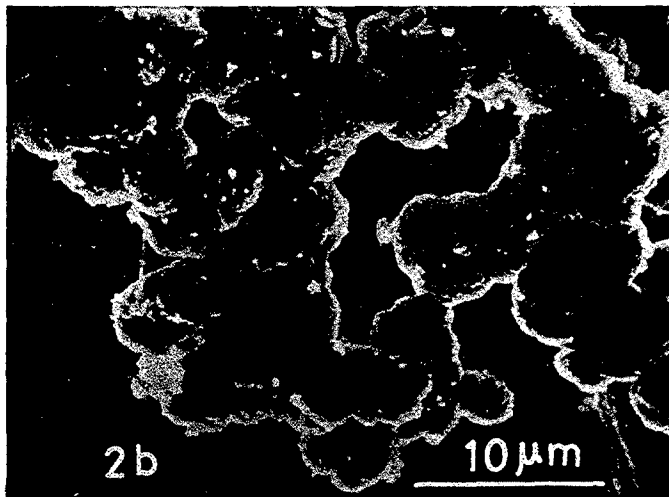
expresión que coincide con la [14].

III. Cálculo de R.

La tasa de producción es, llamándola P:

$$P = \frac{1}{\tau} \int_0^R C(r) 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi S}{6D\tau} \int_0^R (r_e^2 - r^2) r^2 dr = \frac{4\pi S}{6D\tau} \left[\frac{r^2 r^3}{3} - \frac{r^5}{5} \right]_0^R \quad [13]$$

Si se toma para r_e un valor igual a fR , siendo f un factor numérico del orden de la unidad, la expresión anterior da:



$$\frac{4\pi S}{6D\tau} \cdot \frac{5f^2 - 3}{15} \cdot R^5 \quad [14]$$

La tasa de eliminación a través de la membrana es, llamándola F,

$$F = -4\pi R^2 D \left(\frac{dC}{dr} \right)_R \quad [15]$$

Hallando la derivada de [12] para $r = R$ y sustituyendo su valor en [15] se obtiene:

$$F = \frac{4\pi S R^3}{3} \quad [16]$$

Igualando [14] y [16] y despejando R, se obtiene:

$$R = \sqrt{\frac{30}{5f^2 - 3}} \cdot \sqrt{D\tau} = \sqrt{\frac{30}{5f^2 - 3}} \sqrt{D_0}, \quad [17]$$

que es la expresión [19] dada en el texto.

BIBLIOGRAFIA

ALVARADO, S. 1960. *Biología General*. 2º Tomo pág. 195. Madrid.
 BIOLOGY DATA BOOK. 1972. 2ª Edition, vol 1. Federation of American Societies for Experimental Biology, Bethesda, Maryland.
 GLASSTONE, S., LAIDLER, K.J. y EYRING, H. 1941. *The Theory of Rate Processes*. McGraw Hill, NY.
 HANDBOOK OF CHEMISTRY AND PHYSICS. 1971-72. 52 ND Edition. Robert C. Weast. The Chemical Rubber CO. Cleveland (Ohio).
 KEOSIAN, J. 1975. *El origen de la vida*, Editorial Alhambra, Madrid.
 NOVIKOFF, B.A. y HOLTZMAN, E. 1972. *Estructura y Dinámica celular*. Editorial Interamericana, México.
 OPARIN, A.I. 1973. *Origen de la vida sobre la Tierra*. Editorial Tecnos. Madrid.
 YANAGAWA, Y. y EGAMI, F. 1977. Formation of Protocell-like structures from Glycine and Formaldehyde in Modified sea Medium. *Proc. Japan. Acad.* 53 pág. 42-45.